

Teoria dos Grafos – COS 242

Segundo Semestre de 2012

Trabalho de Curso – Parte 2

1 Logística

Esta é a segunda parte do trabalho da disciplina. Você deve realizar esta parte utilizando a biblioteca implementada na primeira parte. Se você fez a primeira parte em dupla, então a dupla deve continuar a mesma. Como na primeira parte, seu relatório deve informar as decisões de projeto e de implementação das funcionalidades abaixo, responder às perguntas relacionadas aos estudos de caso e conter no máximo 4 páginas.

2 Descrição

O que segue são as funcionalidades que precisam ser implementadas pela sua biblioteca de grafos para a segunda parte do trabalho.

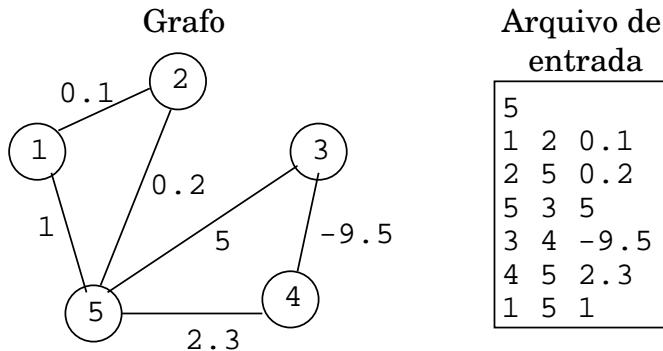


Figura 1: Exemplo de grafo com pesos e o formato do arquivo.

- Grafos com pesos.** Sua biblioteca deve ser capaz de representar e manipular grafos não-direcionados que possuam pesos nas arestas. Os pesos, que serão representados por valores reais, devem estar associados às arestas. Você deve decidir a melhor forma de estender sua biblioteca de forma a implementar esta nova funcionalidade. O arquivo de entrada será modificado, tendo agora uma terceira coluna, que representa o peso da aresta (podendo ser qualquer número de ponto flutuante). Um exemplo de um grafo não-direcionado com pesos e seu respectivo arquivo de entrada está ilustrado na figura 1.
- Distância e caminho mínimo.** Sua biblioteca deve ser capaz de encontrar a distância entre qualquer par de vértices assim como o caminho que possui esta distância. Se o grafo não possuir pesos, o algoritmo de busca em largura deve ser utilizado. Se o grafo possuir pesos, o algoritmo de Dijkstra deve ser utilizado. Neste último caso, é necessário verificar se os pesos de todas as arestas são maiores ou iguais a zero, condição necessária para que o algoritmo de Dijkstra funcione corretamente. Você deve decidir

como implementar o algoritmo de Dijkstra em sua biblioteca (por exemplo, usando um *heap*), lembrando que isto irá influenciar o tempo de execução do seu algoritmo. Além de calcular a distância e caminho mínimo entre um par de vértices, sua biblioteca deve ser capaz de calcular a distância e caminho mínimo entre um dado vértice e todos os outros vértices do grafo.

3. **Árvore geradora mínima (MST).** Sua biblioteca deve ser capaz de encontrar uma árvore geradora mínima de um grafo. Você deve escolher um algoritmo apropriado para este problema. A árvore geradora mínima deve ser escrita em um arquivo (no mesmo formato que um grafo), assim como seu peso total.
4. **Distribuição empírica da distância.** A distribuição empírica da distância de um grafo é a fração de pares de vértices (não-ordenados) que possui uma determinada distância. Ou seja, $f(d) = n(d)/\binom{n}{2}$, onde $f(d)$ é a frequência relativa da distância d . Lembrando que a frequência relativa é dada pelo número de pares de vértices (não-ordenados) com distância d (dado por $n(d)$) dividido pelo número total de pares (não-ordenados) de vértices do grafo (dado por $\binom{n}{2}$).

Seu programa deve calcular a distribuição empírica da distância de um grafo, imprimindo os valores da frequência relativa em um arquivo.

5. **Distância média.** A distância média de um grafo é a média das distâncias entre todos os pares (não-ordenados) de vértices do grafo. Ou seja, se $d(u, v)$ é a distância entre os vértices u e v , então

$$\bar{d} = \frac{\sum_{u,v \in V} d(u, v)}{\binom{n}{2}} \quad (1)$$

Se não há caminho entre u e v , ou seja, $d(u, v)$ não é bem definida, então este par de vértices não deve ser considerado no cálculo da média.

Sua biblioteca deve encontrar a distância média de um dado grafo.

3 Estudo de Caso

Considere os grafos não-direcionado com pesos disponíveis no website da disciplina (em breve). Para cada grafo, responda às perguntas abaixo.

1. Calcule a distância e o menor caminho a partir do vértice 1 para os vértices 10, 100, 1000, 10000.
2. Calcule a distribuição empírica da distância e faça um gráfico desta distribuição. Calcule a distância média do grafo. Faça uma discussão dos resultados observados.
3. Obtenha uma árvore geradora mínima, informando seu peso.