Semântica de LC

Renata de Freitas *e* Petrucio Viana

IME, UFF

23 de março de 2015

Sumário

- Sentenças atômicas, moleculares e conectivos
- Semântica dos conectivos
- Uma aplicação simples
- Interpretações e tabelas de avaliação
- Exercícios

Parte 1

Sentenças atômicas, moleculares e conectivos

Sentenças

Nas aplicações de LC, fórmulas correspondem a sentenças.

Uma sentença é uma expressão de uma dada linguagem que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, de maneira exclusiva, em um dado contexto.

As frases

Márcia é professora.

Petrucio é chato.

Renata ensina Lógica.

são sentenças.

Não sentenças

As frases

Isto vai cair na prova?

Que assunto chato!

Por favor, termine logo a aula...

não são sentenças.

Conectivos

Também podemos formar novas sentenças a partir de outras, usando os conectivos:

Márcia não é carioca.

Petrucio é chato e é metido.

Para passar com Renata é necessário estudar.

É possível que o aluno passe com Renata.

Eu sei que dá para passar com Renata sem estudar.

Conectivos

Um conectivo é uma expressão de uma dada linguagem utilizada para formar sentenças a partir de sentenças dadas.

não

e

é possível que

eu sei que

E muitos outros...

Classificação de sentenças

Sentenças são classificadas de acordo com o fato de serem ou não formadas a partir de outras sentenças.

Uma sentença é atômica se não é formada a partir de outras sentenças apenas por aplicação dos conectivos.

Uma sentença é molecular se é formada a partir de outras sentenças apenas por aplicação dos conectivos.

Conectivos de LC

As fórmulas de LC correspondem apenas a sentenças formadas a partir dos conectivos

$$\neg \quad , \quad \wedge \quad , \quad \vee \quad , \quad \rightarrow \quad \text{e} \quad \leftrightarrow$$

às variáveis para sentenças

$$p \quad , \quad q \quad , \quad r \quad , \quad \ldots$$

Parte 2

Semântica dos conectivos

Princípios para a semântica de LC

1. Existe um contexto onde as fórmulas recebem valores (Verdadeiro ou Falso).

2. Cada fórmula, em um dado contexto, possui um valor bem definido.

3. O valor de uma fórmula atômica depende do contexto.

Exemplo

No contexto atual, a sentença atômica

Petrúcio é casado com a Gisele Bündchen.

é falsa.

Mas, existe um contexto no qual ela é verdadeira.

Princípios para a semântica de LC

4. O valor (Verdadeiro ou Falso) de uma sentença molecular depende exclusivamente do valor das sentenças utilizadas na sua formação.

5. O comportamento de cada conectivo em relação à determinação do valor de uma sentença é análogo ao modo como estes conectivos são utilizados em contextos matemáticos.

Negação

Na Linguagem Matemática, o não é utilizado quando queremos negar o conteúdo de uma sentença.

$$u \in \overline{A} \text{ se, e somente se, } u \notin A$$

Regra de avaliação do $\neg$

1. Uma negação é V se o componente é F.

2. Uma negação é F se o componente é V

Tabela de avaliação do $\neg$

Dada uma fórmula φ, temos:

φ	$(\neg\varphi)$
V	F
F	V

A que nível de moral não descem as pessoas.

A que nível de moral descem as pessoas.

Conjunção

Na Linguagem Matemática, o e é utilizado quando queremos afirmar a ocorrência simultânea de dois fatos.

$$u \in A \cap B \text{ se, e somente se, } u \in A \text{ e } u \in B$$

Regra de avaliação do $\wedge$

1. Uma conjunção é V se seus componentes são simultaneamente verdadeiros.

2. Uma conjunção é F se ao menos um dos seus componentes é F.

Tabela de avaliação do $\wedge$

Dadas as fórmulas φ e ψ, temos:

φ	ψ	$(\varphi \wedge \psi)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

O palhaço saiu correndo e o circo pegou fogo.

O circo pegou fogo e o palhaço saiu correndo.

Disjunção

Na Linguagem Matemática, o ou é utilizado quando queremos apresentar alternativas.

$$u \in A \cup B \text{ se, e somente se, } u \in A \text{ ou } u \in B$$

Regra de avaliação do $\vee$

1. Uma disjunção é F se seus componentes são simultaneamente F.

2. Uma disjunção é V se ao menos um dos seus componentes é V.

Regra de avaliação do $\vee$

Dadas as fórmulas φ e ψ, temos:

φ	ψ	$(\varphi \vee \psi)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Amanhã vai chover ou o dia vai ficar nublado.

Marcelo é flamenguista ou tricolor.

Biimplicação

Na Linguagem Matemática, o se, e somente se é utilizado quando queremos dizer que duas sentenças têm o mesmo conteúdo.

Um conjunto é vazio se, e somente se, não possui elementos.

Regra de avaliação do $\leftrightarrow$

1. Uma biimplicação é V se seus componentes possuem os mesmos valores.

2. Uma biimplicação é F se seus componentes possuem valores distintos.

Tabela de avaliação do $\leftrightarrow$

Dadas duas fórmulas quaisquer φ e ψ, temos:

φ	ψ	$(\varphi \leftrightarrow \psi)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Brasília é a capital do Brasil se, e somente se, 2 é par.

Implicação

O valor de uma implicação depende da existência de alguma relação de *causa* e *efeito* entre o antecedente e o consequente.

Paulo fica doente.
O médico receita um remédio para Paulo.

Se Paulo fica doente, então o médico receita um remédio para Paulo.

Se o médico receita um remédio para Paulo, então Paulo fica doente.

Implicação

Usualmente, o se...então não forma sentenças cujo valor, em um dado contexto, depende exclusivamente do valor de seus componentes, neste contexto.

Temos que definir a semântica do se...então de modo a "consertar este defeito".

Temos duas maneiras de fazer isto. Em ambas, chegamos ao mesmo lugar.

“Para todo” e “se...então”

Na Linguagem Matemática, o se...então é utilizado quando queremos apresentar uma condição para que algo se verifique.

A é subconjunto de B
se, e somente se,
para todo $u \in U$, se $u \in A$, então $u \in B$

“Para todo” e “se...então”

$U = \{1, 2, 3\}$, $A = \{1\}$ e $B = \{1, 2\}$

Temos, de maneira clara, que $A \subseteq B$.

Assim,

$$\begin{gathered} 1 \in A \to 1 \in B \\ 2 \in A \to 2 \in B \\ 3 \in A \to 3 \in B \end{gathered}$$

são V.

“Para todo” e “se...então”

Logo, devemos especificar:

$$\begin{array}{lcl} V \to V & : & V \\ F \to V & : & V \\ F \to F & : & V \end{array}$$

A tabela de avaliação do $\to$ deve terminar com:

φ	ψ	$(\varphi \to \psi)$
V	V	V
V	F	?
F	V	V
F	F	V

“Para todo” e “se...então”

É natural considerar

$$V \to F : F$$

Assim, temos a *tabela de avaliação do* $\to$:

φ	ψ	$(\varphi \to \psi)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Se $2 + 2 = 5$, então há vida em Marte.

Se $2 + 2 = 5$, então não há vida em Marte.

Tabelas inaceitáveis

Escolha aceitável:

$$V \to V : V$$

A tabela de avaliação do $\to$ deve iniciar do seguinte modo:

φ	ψ	$(\varphi \to \psi)$
V	V	V
V	F	?
F	V	?
F	F	?

Tabelas inaceitáveis

Outra escolha aceitável:

$$V \to F : F$$

A tabela de avaliação do $\to$ deve continuar do seguinte modo:

φ	ψ	$(\varphi \to \psi)$
V	V	V
V	F	F
F	V	?
F	F	?

Tabelas inaceitáveis

Quais são as escolhas aceitáveis para

φ	ψ	$(\varphi \to \psi)$
F	V	?
F	F	?

Existem 4 quatro opções, que podem ser dispostas na seguinte tabela:

φ	ψ	(1)	(2)	(3)	(4)
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F
F	F	V	F	V	F

Tabelas inaceitáveis

(4) é a tabela do $\vee$:

φ	ψ	(1)	(2)	(3)	$(\varphi \wedge \psi)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F
F	F	V	F	V	F

Isto é inaceitável.

Tabelas inaceitáveis

(3) é a tabela do $\leftrightarrow$:

φ	ψ	(1)	(2)	$(\varphi \leftrightarrow \psi)$	$(\varphi \wedge \psi)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F
F	F	V	F	V	F

Isto é inaceitável.

Tabelas inaceitáveis

(2) é a tabela do ψ:

φ	ψ	(1)	ψ	$(\varphi \leftrightarrow \psi)$	$(\varphi \wedge \psi)$
V	*V*	*V*	*V*	*V*	*V*
V	*F*	*F*	*F*	*F*	*F*
F	*V*	*V*	*V*	*F*	*F*
F	*F*	*V*	*F*	*V*	*F*

Isto é inaceitável.

Regra de avaliação do $\rightarrow$

A única opção aceitável é (1):

1. Uma implicação é F se o antecedente é V e o consequente é F.

2. Uma implicação é V em todos os outros casos.

Tabela de avaliação do $\rightarrow$

Dadas as fórmulas φ e ψ, temos:

φ	ψ	$(\varphi \rightarrow \psi)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

E esta é a única tabela aceitável!

Em resumo

As seguintes são as tabelas de avaliação dos conectivos:

φ	$(\neg\varphi)$
V	F
F	V

φ	ψ	$(\varphi \wedge \psi)$	$(\varphi \vee \psi)$	$(\varphi \rightarrow \psi)$	$(\varphi \leftrightarrow \psi)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

Parte 3

Uma aplicação simples

Que dia é hoje...

Considere as sentenças:

(i) *Hoje não é terça*.

(ii) *Hoje é sábado e ontem foi sexta*.

(iii) *Hoje é sábado ou amanhã não será terça*.

(iv) *Se hoje não é segunda, então amanhã também não será terça*.

(v) *Hoje não é sábado se, e somente se, ontem foi sexta*.

Classificá-las como V ou F.

Primeiro passo

Determinar as sentenças atômicas usadas na formação das sentenças dadas:

hoje é terça
hoje é sábado
ontem foi sexta
amanhã será terça
hoje é segunda

Segundo passo

Estabelecer uma correspondência entre as sentenças atômicas e as variáveis para sentenças que serão usadas para representá-las.

Em lógica, não é usual considerar o tempo verbal como parte das sentenças atômicas.

$$
\begin{array}{lcl}
p & : & \textit{hoje é terça} \\
q & : & \textit{hoje é sábado} \\
r & : & \textit{ontem é sexta} \\
s & : & \textit{amanhã é terça} \\
t & : & \textit{hoje é segunda}
\end{array}
$$

Terceiro passo

Simbolizar as sentenças dadas, de acordo com a correspondência definida, possivelmente, eliminando parênteses obviamente desnecessários.

(i′)	$(\neg p)$	:	$\neg p$
(ii′)	$(q \wedge r)$	:	$q \wedge r$
(iii′)	$(q \vee (\neg s))$	:	$q \vee \neg s$
(iv′)	$((\neg t) \rightarrow (\neg s))$	:	$\neg t \rightarrow \neg s$
(v′)	$((\neg q) \leftrightarrow r)$	:	$\neg q \leftrightarrow r$

Passo intermediário

Para calcular os valores de (i′), ..., (v′), devemos ter os valores de $p, q, \ldots, z$.

Mas estes dependem do contexto no qual (i), ..., (v) são proferidas.

Esta é a informação que define a interpretação que segue.

Quarto passo

As sentenças (i), . . . , (v) foram proferidas num sábado.

Temos então, a seguinte interpretação para as variáveis:

$$\begin{array}{rccc} (\textit{hoje é terça}) & p & : & F \\ (\textit{hoje é sábado}) & q & : & V \\ (\textit{ontem é sexta}) & r & : & V \\ (\textit{amanhã é terça}) & s & : & F \\ (\textit{hoje é segunda}) & t & : & F \end{array}$$

Passo final

Usando as tabelas dos conectivos, calculamos os valores dos enunciados simbolizados, de acordo com a interpretação definida:

$$
\begin{array}{lllll}
(\mathrm{i}') & \neg p & : & V \\
(\mathrm{ii}') & q \wedge r & : & V \\
(\mathrm{iii}') & q \vee \neg s & : & V \\
(\mathrm{iv}') & \neg t \rightarrow \neg s & : & V \\
(\mathrm{v}') & \neg q \leftrightarrow r & : & F
\end{array}
$$

A interpretação considerada anteriormente foi definida considerando-se que as sentenças foram proferidas em um sábado.

Poderíamos ter interpretações diferentes, se considerássemos que as sentenças foram proferidas em outros dias da semana:

	p	q	r	s	t
domingo	F	F	F	F	F
segunda	F	V	F	F	V
terça	V	F	F	F	F
quarta	F	F	V	V	F
quinta	F	F	F	F	F
sexta	F	F	F	F	F
sábado	F	F	F	F	F

p : *hoje é terça*, q : *hoje é sábado*, r : *ontem é sexta*, s : *amanhã é terça*, t : *hoje é segunda*

Usando essa tabela, podemos observar que algumas fórmulas são V em alguns dias e F em outras, mas outras fórmulas mantém seu valor, mesmo quando mudamos o dia da semana em que a fórmula é avaliada.

	p	q	r	s	t	$\neg p$	$\neg t \to \neg s$	$\neg q \leftrightarrow r$
domingo	F	F	F	F	F	V	V	F
segunda	F	V	F	F	V	V	V	F
terça	V	F	F	F	F	F	V	F
quarta	F	F	V	V	F	V	V	F
quinta	F	F	F	F	F	V	V	F
sexta	F	F	F	F	F	V	V	F
sábado	F	F	F	F	F	V	V	F

Poderíamos ainda listar todas as interpretações possíveis, considerando o preceito de que *sentenças atômicas são avaliadas de maneira independente*:

p	q	r	s	t
V	V	V	V	V
V	V	V	V	F
V	V	V	F	V
V	V	V	F	F
V	V	F	V	V
V	V	F	V	F
V	V	F	F	V
V	V	F	F	F
V	F	V	V	V
V	F	V	V	F
V	F	V	F	V
V	F	V	F	F
V	F	F	V	V
V	F	F	V	F
V	F	F	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	V	V	F
F	V	V	F	V
F	V	V	F	F
F	V	F	V	V
F	V	F	V	F
F	V	F	F	V
F	V	F	F	F
F	F	V	V	V
F	F	V	V	F
F	F	V	F	V
F	F	V	F	F
F	F	F	V	V
F	F	F	V	F
F	F	F	F	V
F	F	F	F	F

Parte 4

Interpretações e tabelas de avaliação

Interpretações são funções

Como associamos um valor a cada variável para sentenças em $\{p, q, r, s, t\}$ e cada variável para sentenças teve um único valor associado, formalmente, uma interpretação é uma função:

$$\begin{array}{rccc} I: & \{p, q, r, s, t\} & \to & \{V, F\} \\ & v & \to & I[v] \end{array}$$

Como, a partir de I, associamos um valor a cada fórmula e cada fórmula teve associado um único valor, o que fizemos foi calcular o valor de uma outra função:

$$\begin{array}{rccc} I^*: & \text{FLC} & \to & \{V, F\} \\ & \varphi & \to & I^*[\varphi], \end{array}$$

definida para fórmulas formadas com variáveis para sentenças em $\{p, q, r, s, t\}$.

Interpretações são funções

Tudo isto fez sentido por que I e I^* associam os mesmos valores às variáveis para sentenças:

$$I^*[v] = I[v],$$

para toda $v \in \{p, q, r, s, t\}$.

Além disso, o cálculo de I^* foi feito de acordo com as tabelas de avaliações dos conectivos.

Calculando $I^*[\neg p]$ formalmente

Calculamos $I^*[\neg p]$ de “cima para baixo”:

$$\begin{aligned} I^*[\neg p] = V \quad & \text{sse} \quad I^*[p] = F \\ & \text{sse} \quad I[p] = F \end{aligned}$$

Como $I[p] = F$, temos $I^*[\neg p] = V$.

Calculando $I^*[\neg p]$ de “baixo para cima”:

Temos $I[p] = F$.

Assim, $I^*[p] = F$.

Assim, $I^*[\neg p] = V$.

Calculando $I^*[q \vee \neg s]$ formalmente

Calculando $I^*[q \vee \neg s]$ de "cima para baixo":

$$\begin{aligned} I^*[q \vee \neg s] = V &\iff I^*[q] = V \text{ ou } I^*[\neg s] = V \\ &\iff I^*[q] = V \text{ ou } I^*[s] = F \\ &\iff I[q] = V \text{ ou } I[s] = F \end{aligned}$$

Como $I[q] = V$, temos $I^*[q \vee \neg s] = V$.

Calculando $I^*[q \vee \neg s]$ de "baixo para cima":

Temos $I[q] = V$ e $I[s] = F$.

Assim, $I^*[q] = V$ e $I^*[r] = F$.

Assim, $I^*[q] = V$ e $I^*[\neg r] = V$.

Assim, $I^*[q \vee \neg r] = V$.

Interpretações

Este procedimento é formalizado nas regras de avaliação que seguem.

Definição: Seja $\varphi \in \mathrm{FLC}$.

Uma interpretação para φ é uma função

$$I : \mathrm{VS}[\varphi] \to \{V, F\}$$

que associa, a cada variável $s \in \mathrm{VS}[\varphi]$, um valor $I[s] \in \{V, F\}$:

$$\begin{array}{rccc} I: & \mathrm{VS}[\varphi] & \to & \{V, F\} \\ & s & \to & I[s] \end{array}$$

Valor de uma fórmula

Definição: Seja $\varphi \in$ FLC e I uma interpretação para φ.

O valor de φ em I, denotado por $I^*[\varphi]$, é definido pelas seguintes *regras de avaliação*:

1. Se φ é uma variável para sentenças, então $I^*[\varphi] = I[\varphi]$.

2. Se φ é $(\neg\psi)$, então

$$I^*[\varphi] = \begin{cases} V & \text{se } I^*[\psi] = F \\ F & \text{se } I^*[\psi] = V. \end{cases}$$

3. Se φ é $(\psi \wedge \theta)$, então

$$I^*[\varphi] = \begin{cases} V & \text{se } I^*[\psi] = I^*[\theta] = V \\ F & \text{em todos os outros casos.} \end{cases}$$

4. Se φ é $(\psi \vee \theta)$, então

$$I^*[\varphi] = \begin{cases} F & \text{se } I^*[\psi] = I^*[\theta] = F \\ V & \text{em todos os outros casos.} \end{cases}$$

5. Se φ é $(\psi \to \theta)$, então

$$I^*[\varphi] = \begin{cases} F & \text{se } I^*(\psi) = V \text{ e } I^*(\theta) = F \\ V & \text{em todos os outros casos.} \end{cases}$$

6. Se φ é $(\psi \leftrightarrow \theta)$, então

$$I^*[\varphi] = \begin{cases} V & \text{se } I^*(\psi) = I^*(\theta) \\ F & \text{em todos os outros casos.} \end{cases}$$

Interpretações

Definição: Seja $\varphi \in$ FLC.

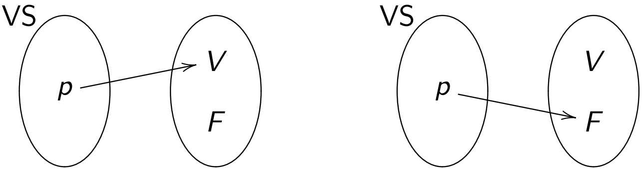
Uma *interpretação* para φ é uma função I que associa um valor a cada variável para sentença que ocorre em φ, e nenhuma outra.

Dizemos que φ *é verdadeira em* I se $I^*[\varphi] = V$.

Dizemos que φ *é falsa em* I se não é verdadeira em I, ou seja, se $I^*[\varphi] = F$.

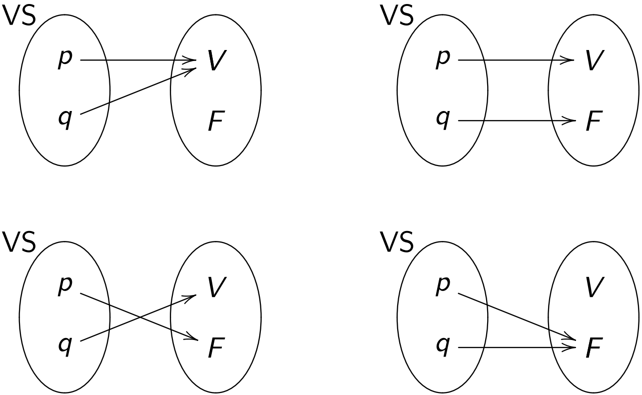
$\mathsf{VS}[\varphi] = \{p\}$

Existem duas interpretações para φ:



$\mathsf{VS}[\varphi] = \{p, q\}$

Existem quatro interpretações para φ:



Número de interpretações

Teorema

Para toda $\varphi \in \mathrm{FLC}$, *se* $\mathrm{VS}[\varphi] = \{s_1, \ldots, s_m\}$, *então existem exatamente* 2^m *interpretações distintas para* φ.

m	2^m
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
$\vdots$	$\vdots$

10^{82} é o número estimado de átomos no *universo observável*.

VS qualquer

Quando VS é finito, existe uma quantidade finita de interpretações.

Quando VS é infinito, esta quantidade também é infinita.

Mas qual é o tamanho deste infinito?
Sugerimos que você revise a aula sobre o Hotel de Hilbert:
`http://www.uff.br/grupodelogica/aulas/MatDis/`

Interpretações vistas como "vetores"

Cada interpretação pode ser considerada como um "vetor" indexado pelas variáveis para sentenças:

s_1	s_2	$\ldots$	s_m
?	?	$\ldots$	?

onde cada ocorrência de ? é um dos valores V ou F.

A cada fórmula φ, podemos associar uma *tabela de avaliação*, $T[\varphi]$, que lista todas as interpretações paea φ descreve o "comportamento" de φ em cada uma delas.

Tabelas de avaliação

Definição: Seja $\varphi \in \text{FLC}$, tal que $\text{VS}[\varphi] = \{s_1, \ldots, s_m\}$.

A *tabela de avaliação de* φ, denotada por $\text{T}[\varphi]$, pode ser construída mediante a execução dos seguintes passos:

1. Em uma *linha de referência*, escreva as variáveis para sentenças s_1, s_2, ..., s_m.

2. Abaixo da linha de referência, escreva, uma a uma, dispostas em linhas, todas as 2^m interpretações para φ.

3. Utilizando as tabelas de avaliação dos conectivos, calcule gradativamente todos os valores de cada subfórmula de φ, até obter o valor de φ.

4. Ao final do processo, a matriz formada pelas m primeiras colunas em conjunto com a última coluna (indexada por φ) é $T[\varphi]$.

$T[\varphi]$ contém informação suficiente para determinarmos o valor de φ sob qualquer assinalação de valores às variáveis para sentenças (Teorema da Concordância).

$T[((p \wedge q) \rightarrow ((\neg p) \rightarrow (\neg q)))]$

Observe que $\mathrm{VS}[\varphi] = \{p, q\}$.

1. Escrever a linha de referência:

p	q

2. Listar abaixo da linha de referência, uma a uma, dispostas em linhas, todas 2^m as interpretações para φ:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

$T[((p \wedge q) \rightarrow ((\neg p) \rightarrow (\neg q)))]$

3. Para cada interpretação I, utilizar as tabelas de avaliação dos conectivos para calcular gradativamente todos os valores de cada subfórmula de φ, até obter $I^*[\varphi]$.

Observe que $\mathrm{SF}[\varphi] = \{p, q, (p \wedge q), (\neg p), (\neg q), ((\neg p) \rightarrow (\neg q)), \varphi\}$.

(i) Pela tabela do $\wedge$:

p	q	$(p \wedge q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

$T[((p \wedge q) \rightarrow ((\neg p) \rightarrow (\neg q)))]$

(ii) Pela tabela do $\neg$:

p	q	$(p \wedge q)$	$(\neg p)$
V	V	V	F
V	F	F	F
F	V	F	V
F	F	F	V

(iii) Pela tabela do $\neg$:

p	q	$(p \wedge q)$	$(\neg p)$	$(\neg q)$
V	V	V	F	F
V	F	F	F	V
F	V	F	V	F
F	F	F	V	V

$T[((p \wedge q) \rightarrow ((\neg p) \rightarrow (\neg q)))]$

(iv) Pela tabela do $\rightarrow$:

p	q	$(p \wedge q)$	$(\neg p)$	$(\neg q)$	$((\neg p) \rightarrow (\neg q))$
V	V	V	F	F	V
V	F	F	F	V	V
F	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V

(v) Pela tabela do $\rightarrow$:

p	q	$(p \wedge q)$	$(\neg p)$	$(\neg q)$	$((\neg p) \rightarrow (\neg q))$	φ
V	V	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V

$T[((p \wedge q) \to ((\neg p) \to (\neg q)))]$

4. T[φ] é a tabela formada pelas m primeiras colunas seguida da última coluna:

p	q	$((p \wedge q) \to ((\neg p) \to (\neg q)))$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

Uma tabela de avaliação é uma matriz de V's ou F's.

Toda fórmula φ tem uma tabela $T[\varphi]$.

Parte 5

Exercícios: *my precioussss!!!*

Exercícios

Vamos usar as notações:

$$\begin{array}{lcl} \mathrm{nvar}[\varphi] & : & \text{número de variáveis para sentenças em } \varphi \\ \mathrm{ncon}[\varphi] & : & \text{número de } \textit{ocorrências} \text{ de conectivos em } \varphi \end{array}$$

Por exemplo:

$$\mathrm{nvar}[((p \wedge p) \wedge p)] = 1$$

$$\mathrm{ncon}[((p \wedge p) \wedge p)] = 2$$

Exercícios

1. Defina por recursão os conceitos

$$\text{nvar}[\varphi] \qquad \text{e} \qquad \text{ncon}[\varphi].$$

Observe que, para toda fórmula φ, temos que

$$\text{nvar}[\varphi] + \text{ncon}[\varphi]$$

é uma função polinomial.

Exercícios

2. Defina por recursão o conceito

$$\mathsf{T}[\varphi] : \text{tabela de avaliação de } \varphi.$$

Observe que, para toda fórmula φ:

(a) Se $\mathsf{nvar}[\varphi] = m$, então $\mathsf{T}[\varphi]$ tem 2^m linhas.

(b) $\mathsf{T}[\varphi]$ tem $\mathsf{nvar}[\varphi] + 1$ colunas.

(c) Na construção de $\mathsf{T}[\varphi]$ utilizamos $\mathsf{nvar}[\varphi] + \mathsf{ncon}[\varphi]$ colunas.

Mais exercícios!!!

1. Ler o texto da Aula 3.

2. Resolver os exercícios da Lista 3.