Notas de aula de *Lógica para Ciência da Computação*

Aula 3, 2014/2

Semântica da Lógica dos Conectivos

Renata de Freitas e *Petrucio Viana*
Departamento de Análise, IME–UFF

12 de agosto de 2014

Sumário

1 Conteúdo e objetivos

Nesta aula iniciaremos o estudo da semântica da linguagem de LC. Veremos como atribuir a cada sentença um dos valores, *Verdadeiro* ou *Falso*. Após estudar esta aula devemos ser capazes de (1) atribuir um valor a uma sentença molecular; (2) conhecendo o valor de uma sentença molecular decidir se podemos, a partir disto, determinar os valores das sentenças atômicas utilizadas na sua formação; (1) entender quais são os valores de verdade adotados em LC; (3) entender o que é uma assinação de valores as variáveis sentenciais; (4) calcular o valor de verdade de uma fórmula, dada uma assinalação de valores as variáveis sentenciais.

2 Sentenças atômicas, moleculares e conectivos

Nas aplicações de LC para a análise do discurso e do raciocínio, fórmulas correspondem a sentenças (ou enunciados, ou proposições).

Uma *sentença* é uma expressão de uma dada linguagem que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, de maneira exclusiva, em um dado contexto.

Exemplo 2.1 As expressões

Miriam é professora.
Petrucio é chato.
Renata ensina Lógica.

são consideradas como sentenças.

Já expressões como

Que assunto difícil!
Quem vai passar?

não são consideradas como sentenças.

Além de serem classificadas como verdadeiras ou falsas, sentenças podem ser combinadas para formar novas sentenças por aplicação de certas expressões.

Exemplo 2.2 As expressões

Miriam não é brasileira.
Petrucio é chato e é metido.
Para passar com Renata é necessário estudar.

são sentenças que podem ser vistas como formadas a partir das sentenças

Miriam é brasileira.
Petrucio é chato.
Petrucio é metido.
O aluno passa com Renata.
O aluno estuda.

por aplicação de partículas como

não , e , para que...é necessário que

Um *conectivo* é uma expressão de uma dada linguagem utilizada para formar sentenças a partir de sentenças dadas.

Sentenças são classificadas de acordo com o fato de serem ou não formadas a partir de outras sentenças.

Uma sentença é *atômica* não é formada a partir de outras sentenças. Caso contrário, isto é, se é formada a partir de outras sentenças, é *molecular*.

3 Semântica dos conectivos

Em LC, como vimos na Aula 3, estudamos apenas as fórmulas obtidas por intermédio dos conectivos

$$\neg \ , \ \wedge \ , \ \vee \ , \ \rightarrow \ \text{ e } \ \leftrightarrow .$$

Assim, as fórmulas de LC correspondem apenas a sentenças formadas a partir dos conectivos

não , e , ou , se...então e se, e somente se.

Veremos agora como esta associação se reflete de maneira direta no modo como atribuímos significados às fórmulas de LC.

Em primeiro lugar, como, devido a problemas de ambiguidade sintática e/ou semântica, inerentes à Linguagem Natural, a análise semântica formal de uma sentença pode ser uma questão extremamente complicada, para a definição de significado das fórmulas de LC, adotamos os seguintes princípios simplificadores:

1. Cada sentença possui um *valor* (*Verdadeiro* ou *Falso*) bem definido. Em contraste com outros aspectos semânticos intuitivos que uma sentença possa ter, inclusive aqueles relacionados ao seu significado, formalmente esta é a única característica semântica relevante de uma sentença.

2. O valor de uma sentença atômica depende do contexto no qual ela está inserida.

3. O valor de uma sentença molecular depende exclusivamente do valor das sentenças utilizadas na sua formação. Assim, em última análise, o valor de uma sentença molecular depende exclusivamente do valor das sentenças atômicas a partir das quais ela é formada.

4. Sentenças moleculares são formadas exclusivamente pelo uso dos conectivos não, e, ou, se . . . então e se, e somente se.

5. O comportamento de cada conectivo em relação à determinação do valor da sentença composta a partir do valor das suas componentes é análogo ao modo como estes conectivos são utilizados em contextos matemáticos.

Assim, na descrição formal de como as fórmulas recebem significado, nos baseamos nos seguintes princípios, análogos aos princípios acima:

1'. Existe um contexto onde as fórmulas recebem valores (*Verdadeiro* ou *Falso*).

2'. Cada fórmula, em um dado contexto, possui um *valor* (*Verdadeiro* ou *Falso*) bem definido e esta é a única característica semântica relevante de uma fórmula.

3'. O valor de uma fórmula atômica depende apenas do contexto.

4'. O valor de uma fórmula molecular depende exclusivamente do valor das fórmulas utilizadas na sua formação. Assim, em última análise, o valor de uma fórmula molecular depende exclusivamente do valor das fórmulas atômicas a partir das quais ela é formada.

5'. O comportamento de cada conectivo em relação a determinação do valor da fórmula molecular composta a partir do valor das suas componentes é análogo ao modo como estes conectivos são utilizados em contextos matemáticos.

Para aplicarmos estes princípios de maneira consciente na definição do significado das fórmulas, vamos fazer uma análise superficial de como os conectivos se comportam em contextos matemáticos.

3.1 Negação

Na Linguagem Matemática, o não é utilizado quando queremos negar o conteúdo de uma sentença.

Exemplo 3.1 Na Teoria dos Conjuntos usamos o não quando definimos a complementação de conjuntos. Esta é a operação que associa a cada subconjunto A, de um dado universo U, um outro conjunto $\overline{A}$, chamado o *complemento* de A, formado pelos elementos de U que não pertencem a A. Dado $u \in U$, a condição para que u esteja em $\overline{A}$ é que u não esteja em A e a condição para que u esteja em A é que u não esteja em $\overline{A}$. Em outras palavras:

$$u \in \overline{A} \text{ é verdadeira se, e somente se, } u \in A \text{ é falsa.}$$

Temos, então, a seguinte regra de avaliação para negações:

Regra de avaliação do não

Uma negação é verdadeira se a sentença negada é falsa. E é falsa se a sentença negada é verdadeira.

Assim, para uma sentença qualquer φ, temos:

$$(\neg\varphi) \text{ é verdadeira, se } \varphi \text{ é falsa}$$
$$(\neg\varphi) \text{ é falsa, se } \varphi \text{ é verdadeira}$$

Esta regra pode ser sumarizada na seguinte tabela, chamada a *tabela de avaliação do* não:

α	$(\neg\alpha)$
V	F
F	V

3.2 Conjunção

Na Linguagem Matemática, o `e` é utilizado quando queremos afirmar a ocorrência simultânea de dois fatos.

Exemplo 3.2 Na Teoria dos Conjuntos, usamos o `e` quando definimos a interseção de conjuntos. Esta é a operação que associa a dois subconjuntos A e B, de um dado universo U, um outro subconjunto $A \cap B$, chamado a *interseção* de A com B, formado pelos elementos de U que estão simultaneamente em A e em B. Dado $u \in U$, a condição para que u esteja em $A \cap B$ é que u esteja em A `e` u esteja em B. Com isto, queremos dizer que u deve estar em A e, ao mesmo tempo, em B. Assim, a condição para que u não esteja em $A \cap B$ é que u não esteja em ao menos um dos conjuntos A ou B. Em outras palavras:

$u \in A \cap B$ é verdadeira
se, e somente se,
$u \in A$ e $u \in B$ são simultaneamente verdadeiras.

Temos, então, a seguinte regra de avaliação para conjunções:

Regra de avaliação do `e`

Uma conjunção é verdadeira se suas componentes são simultaneamente verdadeiras. E é falsa quando ao menos uma das suas componentes é falsa.

Assim, dadas duas sentenças quaisquer φ e ψ, temos:

$(\varphi \wedge \psi)$ é verdadeira, se φ e ψ são ambas verdadeiras
$(\varphi \wedge \psi)$ é falsa se ao menos uma de φ ou ψ é falsa

Esta regra pode ser sumarizada na seguinte tabela, chamada a *tabela de avaliação do* `e`:

φ	ψ	$(\varphi \wedge \psi)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

3.3 Disjunção

Na Linguagem Matemática, o `ou` é utilizado quando queremos apresentar alternativas. Mas isto é feito de uma maneira muito particular.

Exemplo 3.3 Na Teoria dos Conjuntos, usamos o `ou` quando definimos a união de conjuntos. Esta é a operação que associa a dois subconjuntos A e B, de um dado universo U, um outro subconjunto $A \cup B$, chamado a *união* de A e B, formado pelos elementos de

U que estão apenas em A, os que estão apenas em B e os que estão simultaneamente em A e em B. Dado $u \in U$, a condição para que u esteja em $A \cup B$ é que u esteja em A ou u esteja em B. Com isto, queremos dizer que u pode estar só em A, pode estar só em B ou, ainda, pode estar em ambos A e B. Assim, a condição para que u não esteja em $A \cup B$ é que u não esteja em nenhum dos conjuntos A e B. Em outras palavras:

$u \in A \cup B$ é verdadeira
se, e somente se,
ao menos uma dentre $u \in A$ e $u \in B$ é verdadeira.

Temos, então, a seguinte regra de avaliação para disjunções:

Regra de avaliação do ou

Uma disjunção é falsa se suas componentes são simultaneamente falsas. E é verdadeira quando ao menos uma das suas componentes é verdadeira.

Assim, dadas duas sentenças quaisquer φ e ψ, temos:

$(\varphi \vee \psi)$ é verdadeira ao menos uma de φ ou ψ é verdadeira
$(\varphi \wedge \psi)$ é falsa se ambas φ e ψ são falsas

Esta regra pode ser sumarizada na seguinte tabela, chamada a *tabela de avaliação do* ou:

φ	ψ	$(\varphi \vee \psi)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Esta maneira peculiar de usar o ou não é própria da Linguagem Matemática, mas também é frequente na Língua Portuguesa.

Exemplo 3.4 Usualmente, quando dizemos

Amanhã o tempo vai ficar nublado ou vai chover.

não estamos excluindo a possibilidade de ambas as coisas acontecerem ao mesmo tempo.

Este é o uso do ou no *sentido não exclusivo*. Mas também existe uma outra maneira de usar o ou que talvez seja ainda mais frequente na Língua Portuguesa que o uso do ou no sentido não exclusivo.

Exemplo 3.5 Usualmente, quando dizemos

Marcelo vai de carro ou de ônibus.

estamos querendo dizer que uma das duas coisas acontece, mas não é o caso que ambas aconteçam ao mesmo tempo.

Este é o uso do ou no *sentido exclusivo*.

Embora na Língua Portuguesa o uso do ou no sentido exclusivo seja mais frequente, por uma questão de tradição, na Linguagem Matemática o ou é utilizado mais comumente no sentido inclusivo. Mesmo assim, na Linguagem Matemática o ou é utilizado nos dois sentidos.

Exemplo 3.6 Quando dizemos

0 é par ou ímpar e 2 é natural ou real.

a primeira ocorrência do ou é no sentido exclusivo e a segunda ocorrência é no sentido inclusivo.

3.4 Biimplicação

Na Linguagem Matemática, o se, e somente se é utilizado quando queremos dizer que duas sentenças têm o mesmo conteúdo.

Exemplo 3.7 Considere a seguinte definição da Geometria Euclideana Plana:

> Duas retas em um mesmo plano são paralelas *se, e somente se*, não coincidem e não possuem pontos em comum.

Na definição acima estamos identificando os conteúdos das sentenças

Duas retas em um mesmo plano são paralelas.

e

Duas retas não coincidem e não possuem pontos em comum.

O exemplo acima nos leva a considerar que para a avaliação de biimplicações deveríamos utilizar um critério como o seguinte:

> *Uma biimplicação é verdadeira se suas componentes possuem o mesmo conteúdo e é falsa quando suas componentes possuem conteúdos distintos.*

Mas, como estamos considerando que o valor das sentenças formadas através do conectivo se, e somente se é uma função do valor de suas componentes, a única informação que pode ser utilizada quanto ao conteúdo das sentenças componentes, na avaliação de sentenças moleculares formadas por seu intermédio, são os valores destas sentenças. Assim, temos a seguinte regra de avaliação para biimplicações:

Regra de avaliação do se, e somente se

Uma biimplicação é verdadeira se suas componentes possuem os mesmos valores e é falsa quando suas componentes possuem valores distintos.

Assim, dadas duas sentenças quaisquer φ e ψ, temos:

$(\varphi \leftrightarrow \psi)$ é verdadeira se φ e ψ são ambas verdadeiras ou são ambas falsas
$(\varphi \leftrightarrow \psi)$ é falsa se uma dentre φ ou ψ é verdadeira e a outra é falsa

Esta regra pode ser sumarizada na seguinte tabela, chamada a *tabela de avaliação do* se, e somente se:

φ	ψ	$(\varphi \leftrightarrow \psi)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

3.5 Implicação

De uma maneira geral, o valor das sentenças formadas através do conectivo se...então não é uma função do valor de suas componentes.

Exemplo 3.8 Considere as sentenças:

Paulo ficou doente.

O médico receitou um remédio para Paulo.

que consideramos verdadeiras.

Considere, agora a sentença:

Se Paulo ficou doente, então o médico receita o remédio para Paulo.

Se esta sentença for verdadeira, é natural consideramos que o médico apenas cumpriu a sua obrigação, receitando algo para uma pessoa que está enferma.

Agora, considere esta outra sentença:

Se o médico receita um remédio para Paulo, então Paulo fica doente.

Se esta sentença for verdadeira, temos dois casos possíveis:

1. Se Paulo ficou doente porque tomou o remédio, é natural consideramos que o médico é um charlatão, pois sua ação teve como consequência a doença de Paulo.

2. Por outro lado, se Paulo ficou doente por qualquer outro motivo, mas não porque tomou o remédio, é natural consideramos que não podemos culpar o médico.

Como o exemplo acima ilustra, usualmente, o valor de uma implicação depende da existência de alguma relação de *causa* e *efeito* entre a antecedente e a consequente. Assim, usualmente, o valor das sentenças formadas através do conectivo se...então não é uma função do valor de suas componentes.

Como na Lógica Sentencial se estipula que o valor de qualquer sentença molecular pode ser obtido a partir, exclusivamente, do valor de suas componentes, temos o problema de decidir como isto pode ser feito, no caso do se...então.

Uma escolha razoável é considerarmos que, quando φ e ψ são ambas verdadeiras, devemos ter que $(\varphi \to \psi)$ é verdadeira. Com isto, a tabela de avaliação do se...então deve iniciar do seguinte modo:

φ	ψ	$(\varphi \to \psi)$
V	V	V
V	F	
F	V	
F	F	

Além disso, também é razoável considerarmos que, quando φ é verdadeira e ψ é falsa, devemos ter $(\varphi \to \psi)$ falsa. Com isto, a tabela de avaliação do se...então deve continuar do seguinte modo:

φ	ψ	$(\varphi \to \psi)$
V	V	V
V	F	F
F	V	
F	F	

Temos, agora, que fazer as escolhas dos valores quando φ é falsa e ψ é verdadeira ou falsa. Neste caso, temos quatro casos para os valores restantes, que podem ser dispostos na seguinte tabela:

φ	ψ	1	2	3	4
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F
F	F	V	F	V	F

- No caso (4), a tabela de avaliação do $\to$ seria mesma que a do $\wedge$.
- No caso (3), a tabela de avaliação do $\to$ seria mesma que a do $\leftrightarrow$.
- No caso (2), a tabela de avaliação do $\to$ seria mesma que a do ψ.
- Neste caso, a tabela de avaliação do $\to$ não coincidiria com nenhuma tabela conhecida.

Regra de avaliação do se...então

Uma implicação é falsa se sua antecedente é verdadeira e sua consequente é falsa. E é verdadeira em todos os outros casos.

Assim, dadas duas sentenças quaisquer φ e ψ, temos:

$(\varphi \to \psi)$ é verdadeira se φ e ψ são verdadeiras
$(\varphi \to \psi)$ é verdadeira se φ é falsa ψ é verdadeira
$(\varphi \wedge \psi)$ é falsa se φ é verdadeira e ψ é falsa
$(\varphi \wedge \psi)$ é verdadeira se φ e ψ são falsas

Esta regra pode ser sumarizada na segunte tabela, chamada a *tabela de avaliação do* se...então:

φ	ψ	$(\varphi \to \psi)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Alguns exemplos do uso das tabelas na avaliação de sentenças moleculares são dados a seguir.

Exemplo 3.9 Dadas as sentenças

0 é par e 1 é par

que são V e F, respectivamente, temos:
(a) 0 não é par é F.
(b) 1 não é par é V.

Exemplo 3.10 Dadas as sentenças

0 é par , 1 é par e 2 é par,

que são V, F e V, respectivamente, temos:
(a) 0 é par e 2 é par é V.
(b) 0 é par e 1 é par é F.
(c) 1 é par e 2 é par é F.
(d) 1 é par e 3 é par é F.

Exemplo 3.11 Dadas as sentenças

1 é par , 2 é par , 2 é primo e 3 é par,

que são F, V, V e F, respectivamente, temos:
(a) 2 é par ou 2 é primo é V.
(b) 2 é par ou 1 é par é V.
(c) 1 é par ou 2 é primo é V.
(d) 1 é par ou 3 é par é F.

Lembre-se que em Lógica Matemática, o ou é usado no *sentido inclusivo*. Assim, uma disjunção assume o valor V quando suas componentes assumem ambas o valor V.

Exemplo 3.12 Dadas as sentenças

$$0 \text{ é par} \quad , \quad 1 \text{ é par} \quad , \quad 2 \text{ é par} \quad \text{e} \quad 3 \text{ é par},$$

que são V, F, V e F, respectivamente, temos:
(a) Se 0 é par, então 2 é par é V.
(b) Se 0 é par, então 1 é par é F.
(c) Se 1 é par, então 0 é par é V.
(d) Se 1 é par, então 3 é par é V.

Exemplo 3.13 Dadas as sentenças

$$0 \text{ é par} \quad , \quad 1 \text{ é par} \quad \text{e} \quad 2 \text{ é par},$$

que são V, F e V, respectivamente, temos:
(a) 0 é par se, e somente se, 2 é par é V.
(b) 0 é par se, e somente se, 1 é par é F.
(c) 1 é par se, e somente se, 2 é par é F.
(d) 1 é par se, e somente se, 3 é par é V.

O quadro abaixo resume tudo o que foi dito acima e sumariza a semântica dos conectivos da Lógica Sentencial.

Dadas duas sentenças φ e ψ, a maneira como os conecivos não, e, ou, se ... então e se, e somente se são usados em contextos matemáticos na determinação da verdade de sentenças moleculares formadas diretamente a partir de φ e ψ é sumarizada nas seguintes *tabelas de avaliação dos conectivos*:

φ	$(\neg\varphi)$
V	F
F	V

φ	ψ	$(\varphi \wedge \psi)$	$(\varphi \vee \psi)$	$(\varphi \rightarrow \psi)$	$(\varphi \leftrightarrow \psi)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

4 Assinalações de valores e valor de uma fórmula

Vamos agora definir certos conceitos importantes, tendo como base as ideias apresentadas nas seções anteriores.

Sentenças possuem valores, Verdadeiro ou Falso.

Definição 4.1 Os *valores* são o V e o F.

O valor V é chamado *verdadeiro* e F é chamado *falso.*

Assumimos que V e F são distintos e exaurem o universo dos valores.

Por esta razão dizemos que a lógica que estamos estudando é *bivalorada.* Lógicas que possuem múltiplos valores — inclusive lógicas com infinitos valores — são um tema importante que possui muitas aplicações na computação.

Para os que ficaram curiosos sobre este assunto, sugerimos o texto

> S. Gottwald. Many-Valued Logic. Em E.N. Zalta (ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2010 Edition).

que pode ser encontrado em

`http://plato.stanford.edu/archives/spr2010/entries/logic-manyvalued/`

Cada sentença possui um valor bem definido. Para as sentenças atômicas, os valores são obtidos de acordo com o contexto no qual elas estão inseridas.

Definição 4.2 Uma *assinalação de valores às variáveis para sentenças*, genericamente denotada v, é uma função que associa, a cada variável para sentença p um dos valores V ou F.

Para as senteças moleculares, os valores são calculados a partir dos valores das sentenças atômicas que as compõem, de acordo com a semântica dos conectivos.

Como o conjunto das fórmulas é indutivo com legibilidade única, o valor de uma fórmula em uma dada assinalação de valores às variáveis para sentenças pode ser definido por recursão sobre fórmulas, como segue. Uma explicação mais detalhada deste conceito é dada logo após a definição.

Definição 4.3 Seja φ uma fórmula de LC e v uma assinalação de valores às variáveis para sentenças.

O *valor* de φ em v, denotado $v^*[\varphi]$, é definido pelas seguintes *regras de avaliação*:

1. Se φ é uma variável para sentença, então $v^*[\varphi] = v(\varphi)$;
2. Se φ é $(\neg\phi)$, então
$$v^*[\varphi] = \begin{cases} V & \text{se } v^*[\phi] = F \\ F & \text{se } v^*[\phi] = V; \end{cases}$$
3. Se φ é $(\phi \wedge \psi)$, então
$$v^*[\varphi] = \begin{cases} V & \text{se } v^*[\phi] = v^*[\psi] = V \\ F & \text{em todos os outros casos;} \end{cases}$$
4. Se φ é $(\phi \vee \psi)$, então
$$v^*[\varphi] = \begin{cases} F & \text{se } v^*[\phi] = v^*[\psi] = F \\ V & \text{em todos os outros casos;} \end{cases}$$
5. Se φ é $(\phi \to \psi)$, então
$$v^*(\varphi) = \begin{cases} F & \text{se } v^*(\phi) = V \text{ e } v^*(\psi) = F \\ V & \text{em todos os outros casos;} \end{cases}$$
6. Se φ é $(\phi \leftrightarrow \psi)$, então
$$v^*(\varphi) = \begin{cases} V & \text{se } v^*(\phi) = v^*(\psi) \\ F & \text{em todos os outros casos.} \end{cases}$$

A regra de avaliação 1 nos diz que o valor $v^*[p]$ de uma variável para sentença p é dado diretamente pela assinalação de valores v e não depende de nenhuma outra informação.

A regra de avaliação 2 nos diz que $v^*[(\neg\psi)] = V$ se, e somente se $v^*[\psi] = F$. Assim, a regra 2 nos diz que o valor $v^*[(\neg\psi)]$ de uma negação $(\neg\psi)$ é o "oposto" do valor da fórmula negada ψ.

A regra de avaliação 3 acarreta que $v^*[(\phi \wedge \psi)]$ é falsa nos casos em que $v^*[\phi] = V$ e $v^*[\psi] = F$, em que $v^*[\phi] = F$ e $v^*[\psi] = V$, e em que $v^*[\phi] = v^*[\psi] = F$. Assim, a regra 3 nos diz que o valor $v^*[(\phi \wedge \psi)]$ de uma conjunção $\phi \wedge \psi$ é V se, e somente se, $v^*[\phi] = v^*[\psi] = V$.

A regra de avaliação 4 acarreta que $v^*[(\phi \vee \psi)]$ é verdadeira nos casos em que $v^*[\phi] = v^*[\psi] = V$, em que $v^*[\phi] = V$ e $v^*[\psi] = F$, e em que $v^*[\phi] = F$ e $v^*[\psi] = V$. Assim, a regra 4 nos diz que o valor $v^*[(\phi \vee \psi)]$ de uma disjunção $\phi \vee \psi$ é V se, e somente se, ao menos uma dentre ϕ e ψ tem valor V.

A regra de avaliação 5 acarreta que $v^*[(\phi \to \psi)]$ é verdadeira nos casos em que $v^*[\phi] = v^*[\psi] = V$, em que $v^*[\phi] = F$ e $v^*[\psi] = V$, e em que $v^*[\phi] = F$ e $v^*[\psi] = F$. Assim, a regra 5 nos diz que o valor $v^*[(\phi \to \psi)]$ de uma implicação $(\phi \to \psi)$ é V se, e somente se, a antecedente ϕ tem valor F ou a consequente ψ tem valor V (ou ambos).

A regra de avaliação 6 acarreta que $v^*[(\phi \leftrightarrow \psi)]$ é falsa nos casos em que $v^*[\phi] = V$ e $v^*[\psi] = F$ e em que $v^*[\phi] = V$ e $v^*[\psi] = F$. Assim, a regra 6 nos diz que o valor $v^*[(\phi \leftrightarrow \psi)]$ de uma biimplicação $(\phi \leftrightarrow \psi)$ é F se, e somente se, os valores de ambas as fórmulas ϕ e ψ são distintos.