Simbolização em LC

Renata de Freitas *e* Petrucio Viana

IME - UFF

22 de março de 2015

Sumário

- Classificações imediatas e não imediatas
- Falta de uniformidade
- Regras de reescrita
- Legendas
- Procedimento de simbolização
- Exercícios

Parte 1

Classificações imediatas e não imediatas

Problema da classificação

Dada uma sentença, os dois primeiros passos para a sua simbolização são:

1. Classificá-la como atômica ou molecular.
2. Se ela for molecular, classificá-la como negação, conjunção, disjunção, implicação ou bi-implicação.

Vamos chamar este problema de Problema da Classificação de sentenças.

Classificação imediata

Em muitos casos, a classificação é imediata.

2 é par , *Renata é baixa*

Classificação imediata

Em muitos casos, a classificação é imediata.

2 é par , *Renata é baixa*

atômica

Classificação imediata

Em muitos casos, a classificação é imediata.

2 é par	,	*Renata é baixa*
atômica	,	atômica

Classificação imediata

2 é par e Renata é baixa

Classificação imediata

2 é par e Renata é baixa

molecular

Classificação imediata

2 é par e Renata é baixa

molecular

conjunção

Classificação imediata

2 é par e Renata é baixa

molecular

conjunção

componentes atômicos

Classificação imediata

não é o caso que se 2 é par, então Renata é baixa

Classificação imediata

não é o caso que se 2 *é par, então Renata é baixa*

molecular

Classificação imediata

não é o caso que se 2 *é par, então Renata é baixa*

molecular

negação

Classificação imediata

não é o caso que se 2 é par, então Renata é baixa

molecular

negação

componente implicação

Classificação imediata

se 2 é par, então Renata não é baixa

Classificação imediata

se 2 é par, então Renata não é baixa

molecular

Classificação imediata

se 2 é par, então Renata não é baixa

molecular

implicação

Classificação imediata

se 2 é par, então Renata não é baixa

molecular

implicação

consequente negação

Classificação não imediata

Em muitos casos, a classificação não é imediata.

Quando a classificação não é imediata, é conveniente reescrevermos a sentença.

Classificação não imediata

Petrucio é meu inimigo

Classificação não imediata

Petrucio é meu inimigo

(não *Petrucio é meu amigo*)

Classificação não imediata

Quando devemos reescrever a sentença?

Este é um problema que pertence mais à Língua Portuguesa do que à Lógica.

Depende muito do contexto onde a sentença foi pronunciada.

Reescrever ou não reescrever? Eis a questão.

Classificação não imediata

Renata é alta, portanto ela fica desconfortável na bicicleta

Classificação não imediata

Renata é alta

ela fica confortável na bicicleta

Classificação não imediata

Renata é alta

ela fica confortável na bicicleta

Renata é alta e (se Renata é alta, então não (ela fica confortável na bicicleta))

Parte 2

Falta de uniformidade

Falta de uniformidade

A formação de sentenças não obedece a regras bem definidas.

Isto acarreta com que, em certos casos, a classificação de sentenças também não siga regras bem definidas.

Vamos chamar este problema de falta de uniformidade na formação de sentenças.

Falta de uniformidade

eu estou insatisfeito

Falta de uniformidade

eu estou insatisfeito

eu não estou satisfeito

Falta de uniformidade

eu ingeri a comida

Falta de uniformidade

eu ingeri a comida

eu não geri a comida

Falta de uniformidade

Jorge Amado e Graciliano Ramos eram casados

Falta de uniformidade

Jorge Amado e Graciliano Ramos eram casados

Jorge Amado era casado e Graciliano Ramos era casado

Falta de uniformidade

Jorge Amado e Graciliano Ramos eram casados

Jorge Amado era casado e Graciliano Ramos era casado

cada um com a sua respectiva esposa

Falta de uniformidade

Jorge Amado e Graciliano Ramos eram amigos

Falta de uniformidade

Jorge Amado e Graciliano Ramos eram amigos

Jorge Amado era amigo e Graciliano Ramos era amigo

Falta de uniformidade

Jorge Amado e Graciliano Ramos eram amigos

Jorge Amado e Graciliano Ramos eram amigos um do outro

Falta de uniformidade

William e Fátima são casados

Falta de uniformidade

William e Fátima são casados

William é casado e Fátima é casada

Falta de uniformidade

William e Fátima são casados

William é casado e Fátima é casada

William é casado e Fátima é casada, e William e Fátima são casados um com o outro

Falta de uniformidade

Kristen leva Robert ou vai sozinha e tem uma noite agradável

Falta de uniformidade

Kristen leva Robert ou vai sozinha e tem uma noite agradável

Kristen leva Robert ou vai sozinha e tem uma noite agradável

Falta de uniformidade

Kristen leva Robert ou vai sozinha e tem uma noite agradável

Kristen leva Robert ou vai sozinha e tem uma noite agradável

Kristen leva Robert ou vai sozinha e tem uma noite agradável

Parte 3

Regras de reescrita

Regras de reescrita

São regras que uniformizam a reescrita de sentenças, de modo a facilitar a sua simbolização.

Definem um procedimento recursivo de reescrita de sentenças.

Usualmente, são aplicadas "de cima para baixo".

Reescrita de sentenças atômicas, RSA

Usualmente, sentenças atômicas não necessitam de reescrita.

Mas, sempre que houver dúvidas, uma sentença atômica deve ser reescrita encerrada entre colchetes.

Reescrita de sentenças atômicas, RSA

7 é primo.

Manuel é meu primo.

0 é o menor elemento.

0 é o menor do que 1.

Reescrita de sentenças atômicas, RSA

É possível que Maria pegue o avião.

Reescrita de sentenças atômicas, RSA

É possível que Maria pegue o avião.

[*é possível que Maria pegue o avião*]

Reescrita de sentenças atômicas, RSA

Depois de amanhã vai chover.

Reescrita de sentenças atômicas, RSA

Depois de amanhã vai chover.

[*depois de amanhã vai chover*]

Reescrita de sentenças atômicas, RSA

Temos que ter sempre em mente que os conectivos da LC são por função de verdade.

Um conectivo é por função de verdade quando o valor das sentenças moleculares obtidas por seu intermédio pode ser determinado única e exclusivamente a partir do(s) valor(es) da(s) sentença(s) componente(s).

Reescrita de sentenças atômicas, RSA

Um conectivo é por função de verdade se ele possui uma tabela de avaliação.

Todos os conectivos da LC são por função de verdade. Assim, o valor das fórmulas moleculares obtidas pelo intermédio de cada conectivo é determinado única e exclusivamente a partir do(s) valore(s) da(s) fórmula(s) componente(s).

Reescrita de negações, R$\neg$

Uma negação deve ser reescrita como

$$(\neg\varphi)$$

onde φ é o componente, previamente reescrito.

Reescrita de negações, R$\neg$

não é o caso que 4 *não é perfeito*

Reescrita de negações, R$\neg$

não é o caso que 4 *não é perfeito*

($\neg$ 4 *não é perfeito*)

Reescrita de negações, R$\neg$

não é o caso que 4 *não é perfeito*

$(\neg\ 4\ \textit{não é perfeito})$

$(\neg\ (\neg\ 4\ \textit{é perfeito}))$

Reescrita de conjunções, R$\wedge$

Uma conjunção deve ser reescrita como

$$(\varphi \wedge \psi)$$

onde φ e ψ são suas componentes, previamente reescritas.

Reescrita de conjunções, R$\wedge$

3 *não é primo nem é maior do que* 0

Reescrita de conjunções, R$\wedge$

3 *não é primo nem é maior do que* 0

3 *não é primo e* 3 *não é maior do que* 0

Reescrita de conjunções, R$\wedge$

3 *não é primo nem é maior do que* 0

3 *não é primo* e 3 *não é maior do que* 0

(3 *não é primo* $\wedge$ 3 *não é maior do que* 0)

Reescrita de conjunções, R$\wedge$

3 *não é primo nem é maior do que* 0

3 *não é primo* e 3 *não é maior do que* 0

(3 *não é primo* $\wedge$ 3 *não é maior do que* 0)

(($\neg$ 3 *é primo*) $\wedge$ ($\neg$ 3 *é maior do que* 0))

Reescrita de disjunções, R$\vee$

Uma disjunção deve ser reescrita como

$$(\varphi \vee \psi)$$

onde φ e ψ são suas componentes, previamente reescritas.

Reescrita de disjunções, R$\vee$

2 é par ou ímpar

Reescrita de disjunções, R$\vee$

2 é par ou ímpar

(*2 é par* $\vee$ *2 ímpar*)

Reescrita de disjunções, R$\vee$

$$2 \textit{ é par ou ímpar}$$

$$(2 \textit{ é par} \vee 2 \textit{ ímpar})$$

É o mesmo que

$$(2 \textit{ é par} \vee (\neg\ 2 \textit{ é par}))?$$

Reescrita de disjunções, R$\vee$

2 é par ou ímpar

Reescrita de disjunções, R$\vee$

2 é par ou ímpar

2 é par ou 2 é ímpar, e não é par e ímpar ao mesmo tempo

Reescrita de disjunções, R$\vee$

2 é par ou ímpar

2 é par ou 2 é ímpar, e não é par e ímpar ao mesmo tempo

2 é par ou 2 é ímpar, e (*não* (*2 é par e 2 é ímpar*))

Reescrita de disjunções, R$\vee$

2 é par ou ímpar

2 é par ou 2 é ímpar, e não é par e ímpar ao mesmo tempo

2 é par ou 2 é ímpar, e $($*não* $($*2 é par e 2 é ímpar*$))$

$($*2 é par ou 2 é ímpar*$)$ *e* $($*não* $($*2 é par e 2 é ímpar*$))$

Reescrita de disjunções, R$\vee$

$$2 \text{ é } \textit{par ou ímpar}$$

$$2 \text{ é } \textit{par ou } 2 \text{ é } \textit{ímpar, e não é par e ímpar ao mesmo tempo}$$

$$2 \text{ é } \textit{par ou } 2 \text{ é } \textit{ímpar, e } \big(\textit{não } (2 \text{ é } \textit{par e } 2 \text{ é } \textit{ímpar})\big)$$

$$(2 \text{ é } \textit{par ou } 2 \text{ é } \textit{ímpar}) \textit{ e } \big(\textit{não } (2 \text{ é } \textit{par e } 2 \text{ é } \textit{ímpar})\big)$$

$$((2 \text{ é } \textit{par}) \vee 2 \text{ é } \textit{ímpar}) \wedge (\neg\, (2 \text{ é } \textit{par} \wedge 2 \text{ é } \textit{ímpar}))$$

Reescrita de disjunções, R$\vee$

2 é par ou ímpar

Tabela do ou exclusivo, $\oplus$:

φ	ψ	$(\varphi \oplus \psi)$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

É a negação da tabela do $\leftrightarrow$.

$$(\neg\ (2\ \textit{é par} \leftrightarrow 2\ \textit{é ímpar}))$$

Reescrita de disjunções, R$\vee$

2 é par ou ímpar

Outra leitura da tabela do ou exclusivo, $\oplus$:

φ	ψ	$(\varphi \oplus \psi)$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

$$(2 \textit{ é par} \wedge (\neg\ 2 \textit{ é ímpar})) \vee ((\neg\ 2 \textit{ é par}) \wedge (2 \textit{ é ímpar}))$$

Reescrita de implicações, R$\rightarrow$

Uma implicação deve ser reescrita como

$$(\varphi \rightarrow \psi)$$

onde φ é o antecedente e ψ é o consequente, previamente reescritos.

Reescrita de implicações, R$\rightarrow$

João vai à praia sempre que faz sol.

Reescrita de implicações, R$\rightarrow$

João vai à praia sempre que faz sol.

Se faz sol, então João vai à praia.

Reescrita de implicações, R$\rightarrow$

João vai à praia sempre que faz sol.

Se faz sol, então João vai à praia.

$(\textit{faz sol} \rightarrow \textit{João vai à praia})$

Reescrita de implicações, R$\rightarrow$

Caso chova, João não vai à piscina.

Reescrita de implicações, R$\rightarrow$

Caso chova, João não vai à piscina.

Se chove, então João não vai à piscina.

Reescrita de implicações, R$\rightarrow$

Caso chova, João não vai à piscina.

Se chove, então João não vai à piscina.

$$(\textit{chove} \rightarrow (\neg\ \textit{João vai à piscina}))$$

Reescrita de bi-implicações, R$\leftrightarrow$

Uma bi-implicação deve ser reescrita como

$$(\varphi \leftrightarrow \psi)$$

onde φ é o antecedente e ψ é o consequente, previamente reescritos.

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Paulo engorda quando come macarrão e só engorda nestas circunstâncias.

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Paulo engorda quando come macarrão e só engorda nestas circunstâncias.

Paulo engorda se, e somente se, Paulo come macarrão.

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Paulo engorda quando come macarrão e só engorda nestas circunstâncias.

Paulo engorda se, e somente se, Paulo come macarrão.

(*Paulo engorda* $\leftrightarrow$ *Paulo come macarrão*)

Reescrita de implicações, R↔

Paulo engorda quando come macarrão.

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Paulo engorda quando come macarrão.

Se Paulo come macarrão, então Paulo engorda.

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Paulo engorda quando come macarrão.

Se Paulo come macarrão, então Paulo engorda.

(*Paulo come macarrão* $\rightarrow$ *Paulo engorda*)

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Paulo só engorda quando come macarrão.

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Paulo só engorda quando come macarrão.

Se Paulo não come macarrão, então Paulo não engorda.

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Paulo só engorda quando come macarrão.

Se Paulo não come macarrão, então Paulo não engorda.

Se Paulo engorda, então Paulo come macarrão.

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Paulo só engorda quando come macarrão.

Se Paulo não come macarrão, então Paulo não engorda.

Se Paulo engorda, então Paulo come macarrão.

$(\textit{Paulo engorda} \rightarrow \textit{Paulo come macarrão})$

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Não ter divisores próprios é necessário e suficiente para 12 ser primo.

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Não ter divisores próprios é necessário e suficiente para 12 *ser primo.*

12 *é primo se, e somente se,* 12 *não tem divisores próprios.*

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Não ter divisores próprios é necessário e suficiente para 12 *ser primo.*

12 *é primo se, e somente se,* 12 *não tem divisores próprios.*

(12 *é primo* $\leftrightarrow$ ($\neg$ 12 *tem divisores próprios*))

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Não ter divisores próprios é suficiente para 12 *ser primo.*

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Não ter divisores próprios é suficiente para 12 *ser primo.*

Se 12 *não tem divisores próprios, então* 12 *é primo.*

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Não ter divisores próprios é suficiente para 12 *ser primo.*

Se 12 *não tem divisores próprios, então* 12 *é primo.*

$((\neg\ 12\ \textit{tem divisores próprios}) \rightarrow 12\ \textit{é primo})$

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Não ter divisores próprios é necessário para 12 *ser primo.*

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Não ter divisores próprios é necessário para 12 ser primo.

Se 12 *é primo, então* 12 *não tem divisores próprios.*

Reescrita de implicações, R$\leftrightarrow$

Não ter divisores próprios é necessário para 12 ser primo.

Se 12 *é primo, então* 12 *não tem divisores próprios.*

(12 *é primo* $\rightarrow$ ($\neg$ 12 *tem divisores próprios*))

Parte 4

Procedimento de simbolização

Reescrita

O primeiro passo para a simbolização é reescrever

ler com atenção

para determinar as sentenças atômicas envolvidas.

Legendas

O segundo passo para a simbolização é simbolizar as sentenças atômicas envolvidas.

Sejam $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ sentenças atômicas, distintas duas a duas.

Uma *legenda* para $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ é uma tabela da forma:

$$\begin{array}{ccc} s_1 & : & \alpha_1 \\ s_2 & : & \alpha_2 \\ & \vdots & \\ s_n & : & \alpha_n \end{array}$$

onde $s_1, s_2, \ldots, s_n$ são n variáveis para sentenças distintas.

Legenda para uma sentença

Seja α uma sentença.

Uma *legenda* para α é uma legenda para as sentenças atômicas que ocorrem em α.

Parte 5

Exercícios: supercalifragilisticexpialidocious!!!

Exercício

Simbolizar as seguintes sentenças:

(i) *Rafael é feliz pois Júlia gosta dele*

(ii) *Rafael é feliz, dado que Júlia gosta de Rafael e ela é feliz*

(iii) 0 *e* 2 *são pares*

(iv) *Kurt Gödel e Hao Wang são amigos*

(v) 1 *está entre* 0 *e* 2

(vi) *todos os números*, 2, 3, 5 *e* 7 *são primos*

(vii) *todos os números naturais são positivos*

(viii) *ao menos um dos números*, 2, 3, 4 *e* 6 *é primo*

(ix) *ao menos um número natural é nulo*

(x) *exatamente um dos números* 1, 2 *e* 4 *é primo*

(xi) *no máximo um dos números* -1, 0 *e* 1 *é positivo*

Mais exercícios

1. Ler o texto da Aula 4.

2. Resolver os exercícios da Lista 4.