

Lógica dos Conectivos: validade de argumentos

Renata de Freitas e Petrucio Viana

IME, UFF
18 de junho de 2015

Sumário

- ▶ Razões e opiniões.
- ▶ Argumentos.
- ▶ Argumentos bons e ruins.
- ▶ Validade.

Opiniões

A maior parte das nossas atividades e decisões envolvem **opiniões** as quais consideramos corretas.

- (a) Alguns professores dizem que aprender Lógica é uma das condições necessárias para uma boa formação dos estudantes que se dedicam a disciplinas de conteúdo matemático.

- (b) Já outros dizem que, para ser um bom estudante nestas disciplinas, não é necessário aprender Lógica.

Razões

De uma maneira geral, opiniões estão sujeitas à crítica racional, isto é, opiniões podem ser examinadas à luz das **razões** que as justificam.

- (a) Questionados sobre o porquê de sustentarem esta opinião, os partidários da lógica, usualmente, respondem:

A principal atividade executada pelos estudantes de disciplinas de conteúdo matemático é a justificativa formal das suas conclusões. A Lógica estuda os métodos utilizados na justificativa formal de conclusões. Compreender bem os métodos que utilizamos quando executamos nossas tarefas profissionais é dever de todo bom profissional.

Razões

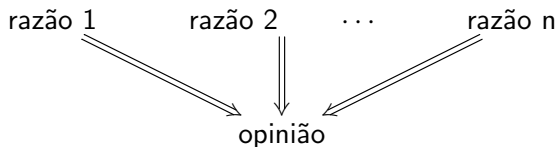
(b) Já os que não consideram a Lógica necessária, dizem:

A Lógica estuda os métodos utilizados na justificativa formal de conclusões. Para ser um bom profissional não é necessário que saibamos como os métodos que utilizamos funcionam. Mas, sim, que saibamos utilizá-los bem.

Quando justificamos uma opinião, as razões utilizadas podem ser boas ou não. Isto é, algumas razões de fato justificam uma opinião e outras não.

Argumentos

Quando as razões e as opiniões são expressas por **sentenças** e estudamos as relações entre estas sentenças, estamos avaliando o **argumento** que foi produzido para explicitar, em cada caso, as razões utilizadas na justificativa das opiniões.



Explicitando argumentos

- (a) *A principal atividade executada pelos estudantes de disciplinas de conteúdo matemático é a justificativa formal das suas conclusões.*

A Lógica estuda os métodos utilizados na justificação formal de conclusões.

Compreender bem os métodos que utilizamos quando executamos nossas tarefas profissionais é dever de todo bom profissional.

Logo, todo estudante que se dedica a disciplinas de conteúdo matemático deve aprender Lógica.

Explicitando argumentos

- (b) *A lógica estuda os métodos utilizados na justificação formal de conclusões.*

Para ser um bom profissional não é necessário que saibamos como os métodos que utilizamos funcionam.

Para ser um bom profissional é suficiente que saibamos utilizar bem os métodos, quando executamos nossa atividade.

Assim, nem todo estudante que se dedica a disciplinas de conteúdo matemático deve aprender lógica.

Argumentos

Num sentido amplo, a Lógica pode ser vista como o estudo das relações entre opiniões e razões.

Assim, um dos pontos centrais da Lógica é o estudo de sentenças e argumentos.

Um **argumento** é uma sequência finita de sentenças, em que uma é considerada como *conclusão* e as demais são consideradas como *premissas*.

As premissas de um argumento são consideradas como *justificativas* para a sua conclusão.

Argumentos

- (a) *Sócrates é homem.*
Se Sócrates é homem, então Sócrates é mortal.
Logo, Sócrates é mortal.

Argumentos

- (a) *Sócrates é homem.*
Se Sócrates é homem, então Sócrates é mortal.
Logo, Sócrates é mortal.
- (b) *Sócrates é mortal.*
Se Sócrates é homem, então Sócrates é mortal.
Daí, Sócrates é homem.

Argumentos

- (c) *Marley é homem.*
Se Marley é homem, então Marley é mortal.
Assim, Marley é mortal.

Argumentos

- (c) *Marley é homem.*
Se Marley é homem, então Marley é mortal.
Assim, Marley é mortal.
- (d) *Sócrates é bípede.*
Se Sócrates é bípede, então Sócrates voa.
Portanto, Sócrates voa.

Cuidado!

Um argumento é uma sequência de sentenças, **mas** nem toda sequência de sentenças é um argumento.

De fato, de acordo com a definição, para ser um argumento, uma sequência de sentenças deve:

- ser finita;
- ter ao menos duas sentenças;
- ter exatamente uma das sentenças destacada como conclusão.

Não é argumento

- (a) *Professores que fazem pesquisa não gostam de ensinar.
Renata é uma professora que gosta de ensinar.
Existem professores que não fazem pesquisa.*

Não está indicado explicitamente na sequência qual das sentenças é a conclusão.

Não é argumento

- (b) *Se a função seno é derivável e ela ser derivável implica em que ela é contínua, então a função seno é contínua.*

Apesar das aparências, temos apenas uma única sentença, ou seja, uma sequência com um único elemento.

É uma implicação com antecedente e conseqüente e não um argumento com premissas e conclusão.

Não é argumento

- (c) 1 é um número natural e é positivo.
2 é um número natural e é positivo.
3 é um número natural e é positivo.
4 é um número natural e é positivo.
...
- Logo, todo número natural é positivo.

É uma sequência de sentenças, possui premissas e conclusão destacadas, mas não é finita, como as reticências indicam.

Destacando a conclusão

Para destacar a conclusão de um argumento, usualmente, utilizamos uma **frase conclusiva**.

Nos argumentos, usualmente, as sentenças que sucedem frases conclusivas como

logo,

daí,

consequentemente,

deste modo,

assim,

são as conclusões. As demais são premissas.

Destacando a conclusão

Nem sempre a conclusão ocorre no final do argumento e, nem sempre, ela ocorre em conjunto com um frase conclusiva.

- (a) *Se Renata faz pesquisa, ela gosta de ensinar.*
Renata não gosta de ensinar.
Renata não faz pesquisa.

Esta sequência não contém uma indicação explícita de qual das sentenças é a conclusão.

Porém, ela deve ser considerada como um argumento, pois uma leitura cuidadosa mostra que a última sentença é a conclusão e as duas primeiras são as premissas.

Destacando a conclusão

(b) *A terra é redonda.*

Sabemos disso porque *durante um eclipse lunar a terra projeta uma sombra na lua.*

E a sombra é arredondada.

Esta sequência deve ser considerada como um argumento.

A conclusão ocorre no início. Ela está especificada pela ocorrência da frase

sabemos disso porque

que a separa das outras informações que devem ser consideradas como premissas.

Destacando a conclusão

Uma maneira mais adequada de escrever o argumento:

*Durante um eclipse lunar a terra projeta
uma sombra na lua.
A sombra é arredondada.
Logo, a terra é redonda.*

Em geral, utilizamos um argumento quando estamos interessados em estabelecer (ou provar, ou justificar, ou garantir) a verdade de uma determinada sentença.

Assim, nos apoiamos sobre determinadas bases (as premissas), de modo que o que queremos provar (a conclusão) tenha a sua verdade assentada sobre a verdade das premissas.

Argumentos bons e ruins

Existem casos em que as premissas realmente justificam a conclusão e outros em que isto não acontece.

Um argumento é *bom* quando suas premissas são suficientes para garantir a conclusão.

Um argumento é *ruim* quando suas premissas não são suficientes para garantir a conclusão.

Argumento bom

Sócrates é homem.

Se Sócrates é homem, então Sócrates é mortal.

Logo, Sócrates é mortal.

Argumento bom

Sócrates é homem.

Se Sócrates é homem, então Sócrates é mortal.

Logo, Sócrates é mortal.

Se admitimos que Sócrates é homem (o que é verdadeiro) e que se ele é homem, então ele é mortal (o que é verdadeiro), não há outra possibilidade, temos que concluir que Sócrates é mortal (o que é verdadeiro).

Aqui, passamos de premissas V para conclusão V .

Argumento bom

Paulo Coelho é mulher.

Se Paulo Coelho é mulher, então ele é escritor.

Logo, Paulo Coelho é escritor.

Argumento bom

Paulo Coelho é mulher.

Se Paulo Coelho é mulher, então ele é escritor.

Logo, Paulo Coelho é escritor.

Se admitimos que Paulo Coelho é mulher (o que é falso) e que se ele é mulher, então ele é escritor, (o que é verdadeiro) temos que concluir que Paulo Coelho é escritor (o que é verdadeiro).

Aqui, passamos de premissas F e V para conclusão V .

Argumento bom

*Todos os homens são carecas.
Taís Araújo é homem.
Logo, Taís Araújo é careca.*

Argumento bom

Todos os homens são carecas.

Taís Araújo é homem.

Logo, Taís Araújo é careca.

Se admitimos que Todos os homens são carecas (o que é falso) e que Taís Araújo é homem (o que é falso), temos que concluir que Taís Araújo é careca (o que é falso).

Aqui, passamos de premissas F e F para conclusão F .

Argumento ruim

Sócrates é mortal.

Todos os homens são mortais.

Daí, Sócrates é homem.

Argumento ruim

Sócrates é mortal.

Todos os homens são mortais.

Daí, Sócrates é homem.

Observe que é perfeitamente possível que Sócrates seja mortal, que todo homem seja mortal e que, mesmo assim, Sócrates não seja homem.

De fato, Sócrates poderia ser o nome de um cachorro, por exemplo.

Aqui, temos premissas e conclusão V mas, mudando o conteúdo das sentenças, podemos passar para premissas V e conclusão F .

Objetivo principal da lógica

Queremos reconhecer os argumento bons.

Assim, temos que **definir precisamente** quando um argumento é bom e elaborar um **critério mecânico** que quando aplicado a um argumento decide se ele é bom ou não.

Raciocínio correto

Para isto vamos examinar o uso de argumentos como suporte para a justificativa de sentenças em duas circunstâncias importantes.

- (1) As premissas sobre as quais nos baseamos são, de fato, verdadeiras e as premissas realmente apoiam a conclusão.

Assim, podemos concluir que a sentença que queremos estabelecer é verdadeira.

Neste caso, **usar o argumento é o mesmo que estar certo!**
(possivelmente sem as explicações de por que estamos certos).

Raciocínio correto

Considere um advogado que, ao defender um cliente, usa o argumento:

Se a arma não está registrada no nome do meu cliente, então meu cliente não é culpado.

A arma está registrada no nome de um certo Sr. George Pafúncio.

*Mas o meu cliente se chama Sr. Jorge Petrucio.
Logo, meu cliente é inocente.*

é claro que o advogado sabe que todas as premissas são verdadeiras e, com isso, quer concluir que a conclusão também é verdadeira.

Raciocínio hipotético

- (2) Não sabemos se as premissas sobre as quais nos baseamos são todas verdadeiras, mas temos razões para considerá-las como suportes para a conclusão — e as premissas realmente apoiam a conclusão.

Assim, nos apoiamos nas premissas de modo a fornecer uma base para a conclusão, tornando a conclusão “tão verdadeira” quanto as premissas.

Neste caso, **usar o argumento não é o mesmo que estar certo!**

Mas isto não impossibilita um bom uso do argumento.

Raciocínio hipotético

Considere, uma pessoa que defende a existência de Deus utilizando o argumento:

Deus é um ser perfeito.

Um ser perfeito tem todas as qualidades.

A existência é uma qualidade.

Logo, Deus existe.

Observe que se admitimos que Deus é perfeito, que seres perfeitos têm todas as qualidades e que a existência é uma qualidade, temos que concluir que Deus existe.

Raciocínio hipotético

O argumento é bom.

Mas a pessoa não está provando que Deus existe, apenas mostrando, por exemplo, que Sua existência não é “menos verdadeira” que Sua perfeição.

Critério fundamental

O fator determinante no uso de argumentos na justificativa de sentenças não é a verdade das suas premissas, mas sim o fato de que, se admitimos que as premissas são verdadeiras, temos que concluir que a conclusão também é verdadeira.

Se argumentar bem fosse o mesmo que estar certo, a ciência que estuda os argumentos, ou seja, a Lógica, deveria abarcar todo o conhecimento humano.

Aplicando o critério

Os números pares são apenas uma parte dos números naturais.

O todo tem mais elementos do que cada uma das suas partes.

Logo, existem mais números naturais do que números pares.

Aplicando o critério

Os números pares são apenas uma parte dos números naturais.

O todo tem mais elementos do que cada uma das suas partes.

Logo, existem mais números naturais do que números pares.

Se admitimos que ambas as premissas são verdadeiras,
temos que concluir que existem mais números naturais que números pares.

Logo, este é um bom argumento (embora uma de suas premissas seja falsa!).

Aplicando o critério

Existe um número perfeito ímpar.

Portanto, existe um número perfeito ímpar.

Um número natural é **perfeito** se é igual a soma de seus divisores próprios. Por exemplo, $6 = 1 + 2 + 3$ é perfeito, mas $10 \neq 1 + 2 + 5$ não é.

Aplicando o critério

Existe um número perfeito ímpar.

Portanto, *existe um número perfeito ímpar.*

Um número natural é **perfeito** se é igual a soma de seus divisores próprios. Por exemplo, $6 = 1 + 2 + 3$ é perfeito, mas $10 \neq 1 + 2 + 5$ não é.

Mas, independentemente do que consideremos como um número perfeito e do fato de que, até hoje, no sabermos se sua premissa (e sua conclusão) é verdadeira ou no, o argumento é bom.

Se admitimos que sua premissa é verdadeira,
temos que concluir que a conclusão também é verdadeira, já que ambas são idênticas.

Argumentos válidos

Chegamos, então, a noção mais importante da Lógica.

Um argumento é **válido** se, em qualquer contexto em que suas premissas são simultaneamente verdadeiras, a sua conclusão também é verdadeira.

Um argumento é **inválido** se não é válido, isto é, se existe ao menos um contexto no qual as suas premissas são simultaneamente verdadeiras e a sua conclusão é falsa.

Argumentos válidos

Outras maneiras de dizer que um argumento é válido são:

1. A conclusão decorre necessariamente das premissas.
2. A verdade das premissas é suficiente para acarretar a verdade da conclusão.
3. A verdade da conclusão decorre necessariamente da verdade das premissas.
4. Supondo que as premissas sejam verdadeiras, podemos garantir que a conclusão também é verdadeira.

Exercício 1

Use o **bom senso** para classificar as premissas e a conclusão de cada argumento abaixo como V ou F , nos contextos usuais em que elas são dadas, e determinar se os argumentos são válidos ou não:

(i) *Se Rintintim é um peixe, ele é bípede.*

Rintintim não é um peixe.

Logo, Rintintin não é bípede.

(ii) *Se Rintintim é um peixe, ele é bípede.*

Rintintim não é bípede.

Logo, Rintintin não é peixe.

Exercício 1

(iii) *Todos os filotímicos são procrastinadores.
Napoleão é procrastinador.
Logo, Napoleão é filotímico.*

(iv) *Existem generais que provam teoremas.
Napoleão é um general.
Logo, Napoleão prova teoremas.*

Exercício 1

(v) *Todos os seres humanos são seres vivos.
Todos os macacos são seres vivos.
Logo, alguns macacos são seres humanos.*

(vi) *Todos os seres humanos são mamíferos.
Todos os macacos são mamíferos.
Nenhum macaco é um ser humano.
Logo, nenhum ser humano é um macaco.*

Verdade e validade

Resolvendo todos os exercícios acima, chegamos à conclusão que a validade de um argumento **não** depende nem da veracidade das suas premissas e conclusão, nem do seu conteúdo.

Em outras palavras, a validade de um argumento **não** pode, em geral, ser determinada a partir dos valores de suas premissas e conclusão.

Verdade e invalidade

Por outro lado, se as premissas de um argumento são simultaneamente V e sua conclusão é F , podemos concluir que o argumento é inválido.

Neste caso, o próprio argumento mostra um contexto no qual as premissas são simultaneamente V e a conclusão é F .

Em outras palavras, a invalidade de um argumento pode, às vezes, ser determinada a partir dos valores de suas premissas e conclusão.

Para os que querem aprender um pouco mais sobre a noção intuitiva de argumento, sugerimos o texto:

P. Viana. Validade, Forma e Conteúdo de Argumentos. Manuscrito, 2012.

que pode ser visualizado em

<http://www.uff.br/grupodelogica/textos/Via.pdf>

Exercício 2

1. Verifique a validade dos argumentos apresentados no *Exercício 1*, utilizando o Método das Tabelas de Avaliação.

2. Verifique a validade de cada argumento apresentado nos exemplos, utilizando o Método das Tabelas de Avaliação.

Mais exercícios

1. Ler o texto da Aula 8.
2. Resolver os exercícios da Lista 8.