

GAN00166: Lógica para Ciência da Computação

Texto da Aula 7

Argumentos e Validade

*Petrucio Viana*

Departamento de Análise, IME–UFF

---

Sumário

<b>1</b>	<b>Argumentos</b>	<b>1</b>
1.1	Observações . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Argumentos corretos</b>	<b>3</b>
2.1	Observações . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Argumentos válidos</b>	<b>6</b>
3.1	Observações . . . . .	10

---

**1 Argumentos**

Um dos pontos centrais da Lógica é o estudo de enunciados fornecidos como *razões* para *justificar opiniões*.

Um *argumento* é uma sequência finita de enunciados, em que um é considerado como *conclusão* e os demais são considerados como *premissas*.

As premissas do argumento são consideradas como *justificativas* para a sua conclusão.

Aqui, as premissas são as *razões* e a conclusão é a *opinião* que as premissas devem *justificar*.

**Exemplo 1** São exemplos de argumentos:

- (a) Sócrates é homem.  
Todos os homens são mortais.  
Logo, Sócrates é mortal.

- (b) Sócrates é mortal.  
Todos os homens são mortais.  
Daí, Sócrates é homem.
- (c) Vovó se chama Ana.  
Vovô se chama Lúcio.  
Consequentemente, eu me chamo Ana Lucia.
- (d) Há exatamente 136 caixas de laranja no depósito.  
Cada caixa contém pelo menos 140 laranjas.  
Nenhuma caixa contém mais do que 166 laranjas.  
Deste modo, no depósito estão pelo menos 6 caixas  
contendo o mesmo número de laranjas.
- (e) Nunca se provou que existe uma quantidade finita de  
pares de números da forma  $p, p + 2$ , onde  $p$  e  $p + 2$  são primos.  
Assim, existe uma quantidade infinita de tais pares.

## 1.1 Observações

**Observação 1** Um argumento é uma sequência de enunciados, mas nem toda sequência de enunciados é um argumento.

De fato, de acordo com a definição, para ser um argumento, uma sequência de enunciados deve:

- (1) ser finita;
- (2) ter ao menos dois enunciados;
- (3) ter exatamente um dos enunciados destacado como conclusão.

Por exemplo, a sequência

Professores que fazem pesquisa gostam de ensinar.  
Renata é uma professora que gosta de ensinar.  
Existem professores que não fazem pesquisa.

não é um argumento. Observe que não está indicado na sequência qual dos enunciados é a conclusão.

A sequência (com um único elemento)

Se a função seno é derivável e se toda função derivável  
é contínua, então a função seno é contínua.

também não é um argumento. Observe que, apesar das aparências, temos apenas um único enunciado (na verdade, uma implicação) e não um argumento com premissas e conclusão. Uma relação importante entre argumentos e implicações será discutida mais adiante.

Por fim, a sequência

1 é um número natural e é positivo.  
2 é um número natural e é positivo.  
3 é um número natural e é positivo.  
4 é um número natural e é positivo.  
...  
Logo, todo número natural é positivo.

não é um argumento. Embora ela possua premissas e conclusão destacadas, ela não é finita, como as reticências indicam.

**Observação 2** Para destacar a conclusão de um argumento, usualmente, utilizamos uma *frase conclusiva*.

Por exemplo, nos argumentos do Exemplo 1, os enunciados que sucedem *frases conclusivas* como

logo , daí , conseqüentemente , deste modo , assim

são as conclusões. Os demais são premissas.

## 2 Argumentos corretos

Em geral, utilizamos um argumento quando queremos comprovar (demonstrar, estabelecer, justificar, garantir, provar) a verdade de um determinado enunciado. Assim, nos apoiamos sobre determinadas bases (as premissas), de modo que o que queremos provar (a conclusão) tenha a sua verdade assentada sobre a verdade das premissas. Desta maneira, podemos afirmar que:

Do ponto de vista do senso comum, o padrão usual de *argumento legítimo* é aquele que possui premissas verdadeiras e estas garantem uma conclusão verdadeira.

**Exemplo 2** Do ponto de vista do senso comum, o argumento:

Paulo Coelho é escritor.  
Todos escritores são alfabetizados.  
Logo, Paulo Coelho é alfabetizado.

é um argumento legítimo.

Por outro lado, também podemos afirmar que:

Do ponto de vista do senso comum, o padrão usual de *argumento ilegítimo* é aquele que ou possui todas as premissas verdadeiras, mas elas não garantem a conclusão, ou possui ao menos uma premissa falsa.

**Exemplo 3** (a) Do ponto de vista do senso comum, o argumento:

Garrincha era jogador de futebol.  
Alguns jogadores de futebol ficaram ricos.  
Logo, Garrincha ficou rico.

é ilegítimo pois, embora tenha premissas  $V$ , elas não garantem a conclusão (que é  $F$ ).

(b) Do ponto de vista do senso comum, o argumento:

Garrincha é escritor.  
Todos os escritores são alfabetizados.  
Logo, Garrincha é alfabetizado.

é ilegítimo pois, embora as premissas garantam a conclusão (cf. Exemplos 7(a), 7(d) e 8(c)), a primeira delas é  $F$ .

A noção de *argumento legítimo do ponto de vista do senso comum* dá origem em Lógica ao que chamamos de *argumento correto*:

Um argumento é *correto* se:

- (1) todas as suas premissas são verdadeiras (no contexto em que ele é proferido),
- e
- (2) as premissas garantem a conclusão.

Caso contrário, é *incorreto*.

**Exemplo 4** (a) Examinando o argumento do Exemplo 2, concluímos que ele é correto. De fato, no contexto usual em que ele é proferido, as premissas

Paulo Coelho é escritor  
todos escritores são alfabetizados

são ambas  $V$ .

Além disso, se (estamos em um contexto no qual) admitimos que Paulo Coelho é escritor e que todos os escritores são alfabetizados, temos que concluir que Paulo Coelho é alfabetizado.

(b) Um outro exemplo de argumento correto é:

Todos os gatos são felinos.  
Nenhum felino pode voar.  
Logo, nenhum gato pode voar.

De fato, examinando este argumento, no contexto usual em que ele é proferido, concluímos que, as premissas

todos os gatos são felinos  
nenhum felino pode voar

são ambas  $V$ .

Além disso, se (estamos em um contexto no qual) admitimos que todos os gatos são felinos e nenhum felino pode voar, temos que concluir que nenhum gato pode voar.

Decorre da definição que:

Um argumento é *incorreto* se

(1) ao menos uma de suas premissas é falsa (no contexto em que ele é proferido)

ou

(2) as premissas não garantem a conclusão.

Esta é, simplesmente, a negação de ser correto.

**Exemplo 5** Os argumentos do Exemplo 3 são incorretos.

De fato, como já vimos, as premissas do argumento do Exemplo 3(a) não garantem a conclusão. E a premissa

Garrincha é escritor

do argumento do Exemplo 3(b) é  $F$ .

Agora que temos um entendimento das noções de argumento correto e argumento incorreto, dado um argumento qualquer, podemos nos perguntar em qual das duas categorias ele se classifica.

**Exemplo 6** (a) Consideremos o argumento:

Todos os pinguins são aves.  
Todas as aves podem voar.  
Logo, todos os pinguins podem voar.

Este argumento é correto ou não?

Examinando o argumento, no contexto usual em que ele é proferido, vemos que a premissa:

todas as aves podem voar

é  $F$ . De fato, avestruzes, por exemplo — assim como os próprios pinguins — são aves mas não podem voar.

Como o argumento possui uma premissa  $F$ , concluímos imediatamente que ele é incorreto.

(b) Consideremos, agora, o argumento:

Existem seres vivos em outros planetas.

Todos os seres vivos são formados por células.

Logo, todos os seres vivos em outros planetas são formados por células.

Este argumento é correto ou não?

Se tentamos examinar o argumento nos mesmos moldes do que foi feito acima, invariavelmente, chegaremos a um impasse: a premissa

existem seres vivos em outros planetas

é  $V$  ou  $F$ ?

O melhor que temos a dizer sobre esta questão é que, até o momento em que este texto foi escrito, não havia uma resposta definitiva para ela. De modo que não havia uma maneira imediata de classificar este argumento como correto ou incorreto.

## 2.1 Observações

**Observação 3** A nossa investigação sobre a correção de argumentos nos leva às seguintes conclusões:

- (1) Se sabemos que uma das premissas de um argumento é  $F$ , no contexto usual em que ele é proferido, podemos classificá-lo imediatamente como incorreto.
- (2) A classificação de argumentos como incorretos, apenas pela detecção de premissas falsas, nem sempre pode ser feita de maneira imediata, pois há enunciados que são muito difíceis de classificar como  $V$  ou  $F$ , em um dado contexto.

## 3 Argumentos válidos

Verificar a veracidade das premissas de um argumento para classificá-lo como correto ou incorreto é apenas uma parte do trabalho de classificação. A outra parte é verificar se as premissas, realmente, garantem a conclusão.

**Exemplo 7** (a) Examinando o argumento do Exemplo 1(a), ou seja:

Sócrates é homem.  
Todos os homens são mortais.  
Logo, Sócrates é mortal.

concluimos que suas premissas garantem a sua conclusão.

De fato, em qualquer contexto, se admitimos que Sócrates é homem e que todo homem é mortal, não há outra possibilidade, temos que concluir que Sócrates é mortal. Assim, as premissas garantem a conclusão.

(b) Agora, examinando o argumento do Exemplo 1(b), ou seja:

Sócrates é mortal.  
Todos os homens são mortais.  
Daí, Sócrates é homem.

concluimos, talvez com um pouco de surpresa, que suas premissas não garantem a sua conclusão.

De fato, se examinamos este argumento no contexto usual em que ele é proferido, ou seja, se referindo ao filósofo Sócrates (470 ou 469 a.C.—399 a.C.), ele parece perfeitamente legítimo, pois tanto suas premissas quanto a sua conclusão são *V*.

Por outro lado, nada impede que a pessoa que está proferindo o argumento esteja em um outro contexto e, ao invés de estar falando do filósofo Sócrates, esteja, por exemplo, falando de um cachorro chamado Sócrates. Neste contexto (talvez um pouco inesperado, mas possível), teremos que as premissas do argumento são *V*, mas sua conclusão é *F*. Assim, as premissas não garantem a conclusão.

(c) Observe que uma situação análoga à do Exemplo 7(b) acontece no caso do argumento:

Algumas pessoas são bonitas.  
Algumas pessoas são ricas.  
Logo, algumas pessoas são bonitas e ricas.

De fato, não é difícil imaginarmos um contexto no qual tanto as suas premissas quanto a sua conclusão sejam *V*: a festa de casamento de um astro do futebol com uma modelo, por exemplo.

Por outro lado, nada impede que a pessoa que está proferindo o argumento esteja em um outro contexto, onde a totalidade das pessoas presentes esteja dividida em duas classes, a das pessoas bonitas e a das pessoas ricas, que não têm nenhum elemento em comum. Neste contexto (talvez um pouco raro, mas possível), teremos que as premissas do argumento são *V*, mas sua conclusão é *F*. Assim, as premissas não garantem a conclusão.

(d) Observe, talvez também com um pouco de surpresa, que uma situação análoga a do Exemplo 7(a) acontece no caso do argumento:

Paulo Coelho é mulher.  
Todas as mulheres são louras.  
Logo, Paulo Coelho é loura.

Na verdade, apenas com um exame rápido, concluimos que este argumento não é correto (no contexto usual em que ele é proferido). De fato, a primeira premissa é  $F$  e isto basta para classificarmos o argumento como incorreto.

Mais ainda, na verdade, este argumento não parece ser digno de uma análise lógica mais profunda, pois tanto suas premissas quanto a sua conclusão são  $F$  e isto parece tornar o argumento completamente disparatado e desprovido de interesse.

Mas, vamos esquecer o contexto usual em que o argumento é proferido, e fazer um pequeno exercício:

Se estamos em um contexto no qual admitimos que todas as mulheres são louras (o que é  $F$  no contexto usual) e admitimos que Paulo Coelho é mulher (o que também é  $F$  no contexto usual), o que somos forçados a concluir sobre a veracidade da conclusão **Paulo Coelho é loura** ?

Em outras palavras, se esquecemos o contexto no qual o argumento é proferido e passamos para um contexto qualquer no qual as premissas são simultaneamente  $V$ , o que somos forçados a concluir sobre a veracidade da conclusão? Obviamente, sob estas condições, temos que concluir que Paulo Coelho é loura (o que também é  $F$  no contexto usual).

Assim, as premissas garantem a conclusão.

Sugerimos que você estude o Exemplo 7 várias vezes, pois as ideias ali expostas são muito sutis e não são fáceis de assimilar em uma única leitura.

Em decorrência do que foi dito, temos a seguinte definição, que tenta capturar a noção de *argumento cujas premissas garantem a conclusão*, independentemente do contexto em que elas são proferidas:

(1) Um argumento é *válido* se em qualquer contexto em que suas premissas são simultaneamente verdadeiras, a sua conclusão também é verdadeira.

(2) Um argumento é *inválido* se não é válido, isto é, se existe ao menos um contexto no qual as suas premissas são simultaneamente verdadeiras e a sua conclusão é falsa.

Esta é, simplesmente, a negação de ser válido.

Observe que a definição de validade é, simplesmente, uma especificação do item (2) da noção de correção.

**Exemplo 8** Voltando aos argumentos da Seção 2, temos a classificação a seguir:

(a) Já vimos no Exemplo 4(a) que o argumento:



Paulo Coelho é escritor.  
Todos escritores são alfabetizados.  
Logo, Paulo Coelho é alfabetizado.

do Exemplo 2 satisfaz o item (2) da noção de correção. Portanto, ele é válido.

(b) Esta implícito no que dissemos no Exemplo 5 que o argumento

Garrincha era jogador de futebol.  
Alguns jogadores de futebol ficaram ricos.  
Logo, Garrincha ficou rico.

do Exemplo 3(a) não é válido.

Isto pode ser visto mais claramente se examinamos o argumento à luz da definição de (in)validade. Lá está dito que um argumento é inválido se existe ao menos um contexto no qual as premissas são simultaneamente verdadeiras e a conclusão é falsa. Ora, como todos sabem, já no contexto usual em que ele é proferido, as premissas deste argumento são  $V$  e a sua conclusão é  $F$ . Esta situação confirma que o argumento é inválido.

(c) Analogamente ao que acontece com os argumentos dos Exemplos 2, 7(a) e 7(d), o argumento:

Garrincha é escritor.  
Todos os escritores são alfabetizados.  
Logo, Garrincha é alfabetizado.

do Exemplo 3, é válido.

(d) Já vimos no Exemplo 4(b) que o argumento:

Todos os gatos são felinos.  
Nenhum felino pode voar.  
Logo, nenhum gato pode voar.

satisfaz o item (2) da noção de correção. Portanto, ele é válido.

(e) Já vimos no Exemplo 6(a) que o argumento

Todos os pinguins são aves.  
Todas as aves podem voar.  
Logo, todos os pinguins podem voar.

não é correto.

Mas, um raciocínio análogo ao dos Exemplos 2, 7(a) e 7(d) mostra que, apesar disso, ele é válido.

(f) Ao examinar o argumento

Existem seres vivos em outros planetas.  
Todos os seres vivos são formados por células.  
Logo, todos os seres vivos em outros planetas são formados por células.

do Exemplo 6(b), não conseguimos decidir se ele é correto ou não. Vamos, agora examinar este argumento sob a luz da definição de validade.

Para isto, devemos esquecer o contexto usual no qual o argumento é proferido e imaginar que estamos em um outro contexto no qual assumimos que ambas as premissas são  $V$ . Ora,

Se estamos em um contexto no qual admitimos que existem seres vivos em outros planetas (o que não sabemos se é  $V$  ou  $F$  no contexto usual) e admitimos que todos os seres vivos são formados por células (o que é  $V$  no contexto usual), o que somos forçados a concluir sobre a veracidade do enunciado todos os seres vivos em outros planetas são formados por células ?

Em outras palavras, se esquecemos o contexto no qual o argumento é proferido e passamos para um contexto qualquer no qual as premissas são simultaneamente  $V$ , o que somos forçados a concluir sobre a veracidade da conclusão? Obviamente, sob estas condições, temos que concluir que todos os seres vivos em outros planetas são formados por células (o que também não sabemos se é  $V$  ou  $F$  no contexto usual).

Assim, as premissas garantem a conclusão e o argumento — embora não saibamos se ele é correto ou não — é válido.

### 3.1 Observações

**Observação 4** Validade é um conceito extremamente complicado e está presente todas as vezes que efetuamos o tipo de raciocínio que chamamos de *lógico*.

Na verdade, podemos dizer que uma das principais tarefas da Lógica como disciplina é, exatamente, esclarecer de maneira geral o significado das noções extremamente sutis envolvidas na determinação da validade de argumentos.

**Observação 5** Como vimos acima, existem exemplos de argumentos válidos que possuem:

- (1) premissas e conclusão todas  $V$  (cf. Exemplo 8(a));
- (2) uma ou mais premissas  $F$  e conclusão  $V$ ; (cf. Exemplo 8(c));
- (3) premissas e conclusão todas  $F$  (cf. Exemplo 8(d)).

Mas, não existem exemplos de argumentos válidos que possuem premissas todas  $V$  e conclusão  $F$ .

Também vimos que, para justificar que um argumento é válido devemos esquecer o seu contexto usual e passar para um contexto qualquer onde as suas premissas são simultaneamente  $V$ .

Por estas razões, é usual dizermos, em Lógica, que *a validade de um argumento não depende nem da veracidade das suas premissas e conclusão, nem do seu conteúdo*.

Por exemplo, o argumento

Todos os peixes são bípedes.  
Rintintim é um peixe.  
Logo, Rintintim é bípede.

que se refere ao famoso cachorro do cinema, é válido.

De fato, se supomos que todos os peixes são bípedes (o que é falso) e que Rintintim é um peixe (o que também é falso, pois Rintintim é um cachorro), somos obrigados a concluir que Rintintim é bípede (o que, novamente, é falso, pois Rintintim tem quatro patas).

De maneira análoga, o argumento

Todos os filotímicos são procrastinadores.  
Napoleão é filotímico.  
Logo, Napoleão é procrastinador.

também é válido e podemos decidir isto por um raciocínio análogo ao usado acima, sem nem sequer saber o que ‘filotímico’ e ‘procrastinador’ significam e nem de que Napoleão estamos falando.

**Observação 6** Como vimos acima, não existem exemplos de argumentos válidos com premissas simultaneamente  $V$  e conclusão  $F$ . Na verdade, neste caso podemos concluir imediatamente que o argumento é inválido, pois o próprio contexto no qual o argumento é proferido é um contexto que atende às exigências da definição de invalidade.

Por exemplo, o argumento

Todo ser humano respira.  
Rintintim respira.  
Logo, Rintintim é um ser humano.

que se refere ao famoso cachorro do cinema, é, obviamente, inválido.

---