GAN00166: Lógica para Ciência da Computação

Texto da Aula 8

Método das Tabelas para Validade

Petrucio Viana
Departamento de Análise, IME–UFF

Sumário

---

1 Simbolização de argumentos

Recordamos que um *argumento* é uma sequência finita de enunciados, em que um é considerado como *conclusão* e os demais são considerados como *premissas*. E que um argumento é *válido* se em qualquer contexto em que suas premissas são simultaneamente verdadeiras, a sua conclusão também é verdadeira.

Surge, então, o *Problema da Validade de Argumentos*, isto é, o problema de

> dado um argumento, classificá-lo como válido ou inválido.

Vamos ver, agora, como esta questão pode ser resolvida com o uso de tabelas, quando o argumento só envolve enunciados construídos por aplicação dos conectivos.

O primeiro grande passo na determinação da validade de um argumento é a simbolização das suas premissas e conclusão.

A partir de agora, sempre que for conveniente, vamos separar as premissas da conclusão de um argumento por meio de um traço horizontal, como ____ .

O processo de *simbolização* de um argumento:

$$\frac{\begin{array}{c}\varphi_1\\ \varphi_2\\ \dots\\ \varphi_n\end{array}}{\varphi},$$

consiste na execução de 3 passos:

(1) Determinar os enunciados atômicos que compõem as premissas φ_1, φ_2, $\dots$, φ_n e a conclusão φ.

(2) Determinar uma legenda para os enunciados determinados no Passo 1.

(3) Simbolizar as premissas e a conclusão do argumento, usando a legenda determinada no Passo 2.

Exemplo 1 (a) Considere o seguinte argumento:

2 é par ou 2 é quadrado perfeito.
Se 2 é primo, então 2 não é par.
2 não é quadrado perfeito.
___
2 não é primo.

Os enunciados atômicos que compõem as premissas e a conclusão do argumento são:

2 é par
2 é quadrado perfeito
2 é primo.

Assim, podemos definir a seguinte legenda para o argumento:

p : 2 é par
q : 2 é quadrado perfeito
r : 2 é primo.

De acordo com esta legenda, o argumento pode ser simbolizado como:

$$\frac{\begin{array}{l}p \vee q\\ r \to \neg p\\ \neg q\end{array}}{\neg r}.$$

(b) Considere o seguinte argumento:

Se Djalma estuda e Joel não atrapalha, então Djalma não é reprovado em MD.
Se Djalma estuda, então Joel não atrapalha.
___
Djalma é reprovado em MD.

Os enunciados atômicos que compõem as premissas e a conclusão do argumento são:

Djalma estuda
Joel atrapalha
Djalma é reprovado em MD.

Assim, podemos definir a seguinte legenda para o argumento:

e : Djalma estuda
a : Joel atrapalha
r : Djalma é reprovado em MD.

De acordo com esta legenda, o argumento pode ser simbolizado como:

$$\frac{\begin{array}{l}(e \wedge \neg a) \rightarrow \neg r \\ e \rightarrow \neg a\end{array}}{r}.$$

1.1 Observação

Observação 1 Para simbolizar um argumento, basta: (1) reconhecer as premissas e a conclusão do argumento e (2) simbolizá-las, usando uma legenda para todos os enunciados atômicos que compõem estas premissas e conclusão.

1.2 Exercício

Exercício 1 Simbolizar os seguintes argumentos:

(i) Se Djalma fala inglês fluentemente, então Djalma é admitido na empresa.
Djalma fala inglês fluentemente.
Portanto, Djalma é admitido na empresa.

(ii) Se Tiririca é cantor, então Xuxa é cantora.
Tiririca não é cantor.
Logo, Xuxa não é cantora.

(iii) Se Djalma não tem 18 anos, então Djalma não tem carteira de motorista.
Djalma não tem carteira de motorista.
Assim, podemos concluir que Djalma não tem 18 anos.

(iv) Se $2 = 3$, então $0 = 1$.
Se $0 = 1$, então a inflação vai chegar a 0% em Junho.
$2 = 3$.
Logo, a inflação vai chegar a 0% em Junho.

(v) 2 é par ou 3 é par.
Se 2 é par, então 4 é par.
3 não é par.
Portanto, 4 é par.

(vi) Se a é real, então: a é irracional ou a é racional.
a não é racional.
Logo, se a é real, então a é irracional.

(vii) Se Djalma vai às compras, então: André fica em casa se, e somente se, Cláudia fica em casa.
Cláudia fica em casa.
Portanto, Djalma vai às compras ou André fica em casa.

(viii) Maria não faz mestrado se Maria não termina a graduação.
Maria casa ou Maria faz mestrado.
Não é o caso que Maria casa.
Assim, Maria faz mestrado se, e somente se, Maria termina a graduação e Maria não casa.

Antes de ler a resolução, tente resolver o exercício usando os conceitos estudados.

***Resolução do Exercício 1*:** (i) Legenda: $\begin{array}{lcl} f & : & \text{Djalma fala inglês fluentemente} \\ a & : & \text{Djalma é admitido na empresa.} \end{array}$

Simbolização: $\dfrac{\begin{array}{c} f \to a \\ f \end{array}}{a}$. (ii) Legenda: $\begin{array}{lcl} t & : & \text{Tiririca é cantor} \\ x & : & \text{Xuxa é cantora.} \end{array}$ Simbolização:

$$\frac{\begin{array}{l} t \to x \\ \neg t \end{array}}{\neg x}.$$

(iii) Legenda:

d : Djalma tem 18 anos
c : Djalma tem carteira de motorista.

Simbolização:

$$\frac{\begin{array}{l} \neg d \to \neg c \\ \neg c \end{array}}{\neg d}.$$

(iv) Legenda:

p : $2 = 3$
q : $0 = 1$
r : a inflação vai chegar a 0% em Junho.

Simbolização:

$$\frac{\begin{array}{l} p \to q \\ q \to r \\ p \end{array}}{r}.$$

(v) Legenda:

d : 2 é par
t : 3 é par
q : 4 é par.

Simbolização:

$$\frac{\begin{array}{l} d \vee t \\ d \to q \\ \neg t \end{array}}{q}.$$

(vi) Não estamos assumindo que ser irracional é a negação de ser racional. Legenda:

r : a é real
i : a é irracional
q : a é racional.

Simbolização:

$$\frac{\begin{array}{l} r \to (i \vee q) \\ \neg q \end{array}}{r \to i}.$$

Apresente uma resolução alternativa para esta questão, considerando que ser irracional é a negação de ser racional.

(vii) Legenda:

d : Djalma vai às compras
a : André fica em casa
c : Cláudia fica em casa.

Simbolização:

$$\frac{\begin{array}{l} d \to (a \leftrightarrow c) \\ c \end{array}}{d \vee a}.$$

(viii) Legenda:

g : Maria termina a graduação
m : Maria faz mestrado
c : Maria casa.

Simbolização:

$$\frac{\begin{array}{l} \neg g \to \neg m \\ c \vee m \\ \neg c \end{array}}{m \leftrightarrow (g \wedge \neg c)}.$$

2 Método das tabelas para validade

O segundo grande passo na determinação da *validade* (ou da *invalidade*) de um argumento simbolizado é baseado nas seguintes ideias,:

Afirmar que o argumento $\dfrac{\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n}{\varphi}$ é válido

é o mesmo que afirmar que

em todos os contextos em que as premissas $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ são simultaneamente V a conclusão φ também é V

como em Lógica trocamos o conceito informal de *contexto* por um conceito formal de *interpretação*, isto

é o mesmo que afirmar que

em todas as interpretações para $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n, \varphi$ em que as premissas $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ são simultaneamente V, a conclusão φ também é V

é o mesmo que afirmar que

em todas as interpretações para $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n, \varphi$ em que a <u>conjunção</u> $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n$ é V, a conclusão φ também é V

é o mesmo que afirmar que

não existe uma interpretação para $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n, \varphi$ na qual a conjunção $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n$ é V e a conclusão φ é F

é o mesmo que afirmar que

não existe uma interpretação para $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n, \varphi$ na qual a <u>implicação</u> $(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n) \rightarrow \varphi$ é F

é o mesmo que afirmar que

na última coluna da tabela de avaliação da implicação $(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n) \rightarrow \varphi$ ocorre somente V.

O método esboçado acima, para resolver o Problema da Validade de Argumentos pode ser especificado em 6 passos:

Método das Tabelas para Validade

A validade ou invalidade de um argumento pode ser decidida pela execução dos seguintes passos que constroem a *implicação associada ao argumento* e sua *tabela de avaliação*:

(1) Simbolizar o argumento, obtendo o argumento simbolizado com premissas $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ e conclusão φ.

(2) Construir a implicação

$$(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n) \rightarrow \varphi,$$

associada ao argumento.

(3) Listar todas as interpretações de $(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n) \rightarrow \varphi$.

(4) Completar a construção da tabela de avaliação de $(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n) \rightarrow \varphi$.

(5) Verificar se na última coluna da tabela de $(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n) \to \varphi$ ocorre somente V, ou não.

(6) Se a resposta à pergunta anterior for `sim`, concluir que o argumento é válido; se a resposta à pergunta anterior for `não`, concluir que o argumento é inválido.

Exemplo 2 (a) Considere o seguinte argumento:

João tem cabeça grande.
Se João tem cabeça grande, então João é intelectual.
―――――――――――――――――――――――――
João é intelectual.

Uma legenda para este argumento é:

g : João tem cabeça grande
i : João é intelectual.

De acordo com esta legenda, o argumento pode ser simbolizado como:

$$\begin{array}{l} g \\ g \to i \\ \hline i \end{array}.$$

Logo, a implicação associada ao argumento é:

$$\varphi : [g \wedge (g \to i)] \to i.$$

Construindo a tabela de φ, temos:

g	i	$g \to i$	$g \wedge (g \to i)$	φ
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V.

Como na última coluna da tabela só ocorre V, o argumento é válido.

Neste caso, concluímos que as premissas justificam a conclusão, pois a tabela de avaliação de $[g \wedge (g \to i)] \to i$ mostra que caso admitamos que João tem cabeça grande e que se João tem cabeça grande, então João é intelectual, somos obrigados a aceitar que João é intelectual.

(b) Considere o seguinte argumento:

João faz faculdade.
João estuda Filosofia.
―――――――――――――――――――――――――
João é intelectual.

Uma legenda para este argumento é:

$$\begin{array}{lcl} f & : & \textsf{João faz faculdade} \\ e & : & \textsf{João estuda filosofia} \\ i & : & \textsf{João é intelectual.} \end{array}$$

De acordo com esta legenda, o argumento pode ser simbolizado como:

$$\frac{\begin{array}{c} f \\ e \end{array}}{i}.$$

Logo, a implicação associada ao argumento é

$$\psi : (f \wedge e) \to i.$$

Construindo a tabela de avaliação de ψ, temos:

f	e	i	$f \wedge e$	ψ
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	V.

Como na última coluna da tabela de avalição de ψ (na verdade, apenas na segunda linha) ocorre o valor F, temos que o argumento é inválido.

Neste caso, concluímos que as premissas não justificam a conclusão, pois a interpretação $p : V$, $q : V$ e $r : F$ para ψ mostra que <u>mesmo que admitamos</u> que João faz faculdade e que João estuda filosofia, <u>não somos obrigados</u> a aceitar que João é intelectual.

2.1 Observações

Observação 2 Caso o argumento seja inválido, o Método das Tabelas para Validade permite que determinemos, a partir da informação dada na tabela, uma interpretação na qual as premissas do argumento são V e a conclusão é F.

Observação 3 Embora na Língua Portuguesa e na Linguagem Matemática sejam comum o uso do termos *verdadeiro* e *válido* como sinônimos, em Lógica, eles se referem a conceitos completamente diferentes (embora relacionados). Assim, por favor, não confunda:

Enunciados (proposições, sentenças) são <u>verdadeiros</u> ou <u>falsos</u>.

Argumentos são <u>válidos</u> ou <u>inválidos</u>.

2.2 Exercícios

Exercício 2 Verificar a validade dos argumentos dos Exemplos 1(a) e 1(b).

Exercício 3 Verificar a validade dos argumentos do Exercício 1.

Exercício 4 Verificar a validade dos seguintes argumentos. Caso seja necessário, antes de simbolizar o argumento, reescreva-o de maneira mais adequada.

(i) O alarme disparou segue de o porteiro ou o segurança está mentindo.
O alarme disparou, se o porteiro não está mentindo.
Logo, se o segurança não está mentindo, o alarme disparou.

(ii) Não é verdade que eu gosto de quiabo e de jiló.
Aliás, também não gosto de agrião.
Não gostaria de jiló, se gostasse de agrião.
Assim, não gosto de agrião e: se gostasse de quiabo, gostaria de jiló.

(iii) Se trabalho, ganho dinheiro e posso me divertir.
Se não trabalho, não ganho dinheiro e não posso me divertir.
Consequentemente, se ganho dinheiro, posso me divertir.

(iv) Se o aluno tem tempo, mas não é estudioso, ele não é aprovado.
Por outro lado: se ele é estudioso, mas não tem tempo, ele é aprovado.
Daí, o aluno é aprovado se, e somente se, é estudioso.

(v) Se ele é bem formado ou faz boa prova, passa no concurso.
Ele faz boa prova mas não é bem formado.
Logo, ele passa no concurso mesmo sem ser bem formado.

Antes de ler as resoluções, tente resolver os exercícios usando os conceitos estudados

.

Resolução do Exercício 2: (a) Implicação associada: $\varphi : [(p \vee q) \wedge (r \to \neg p) \wedge (\neg q)] \to \neg r$. Tabela:

p	q	r	$\overbrace{p \vee q}^{\psi_1}$	$\neg p$	$\overbrace{r \to \neg p}^{\psi_2}$	$\overbrace{\neg q}^{\psi_3}$	$\psi_1 \wedge \psi_2 \wedge \psi_3$	$\neg r$	φ
V	V	V	V	F	F	F	F	F	V
V	V	F	V	F	V	F	F	V	V
V	F	V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	F	F	F	V
F	V	F	V	V	V	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V	V	F	F	V
F	F	F	F	V	V	V	F	V	V.

Válido, pois na última coluna da tabela só ocorre V. (b) Implicação associada: $\varphi : \{[(e \wedge \neg a) \to r] \wedge (e \to \neg a)\} \to r$. Tabela:

e	a	r	$\neg a$	$e \wedge \neg a$	$\overbrace{(e \wedge \neg a) \to r}^{\psi_1}$	$\overbrace{e \to \neg a}^{\psi_2}$	$\psi_1 \wedge \psi_2$	φ
V	V	V	F	F	V	F	F	V
V	V	F	F	F	V	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V	F	V
F	V	V	F	F	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	V	V	F
F	F	V	V	F	V	V	V	V
F	F	F	V	F	V	V	V	F.

Inválido, pois na interpretação $e : F$, $a : V$ e $r : F$, temos premissas V e conclusão F. ***Resolução do Exercício 3*:** Legendas e simbolizações na Resolução do Exercício 1. (i) Implicação associada: $\varphi : [(f \to a) \wedge f] \to a$. Tabela:

f	a	$f \to a$	$(f \to a) \wedge f$	φ
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V.

Válido, pois na última coluna da tabela só ocorre V. (ii) Implicação associada: $\varphi : [(t \to x) \wedge \neg t] \to \neg x$. Tabela:

t	x	$\overbrace{t \to x}^{\psi_1}$	$\neg t$	$\psi_1 \wedge \neg t$	$\neg x$	φ
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	F	V	V
F	V	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V.

Inválido, pois na interpretação $t : F$ e $x : V$, temos premissas V e conclusão F. (iii) Implicação associada: $\varphi : [(\neg d \to \neg c) \wedge \neg c] \to \neg d$. Tabela:

d	c	$\neg d$	$\neg c$	$\overbrace{\neg d \to \neg c}^{\psi_1}$	$\psi_1 \wedge \neg c$	φ
V	V	F	F	V	F	V
V	F	F	V	V	V	F
F	V	V	F	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V.

Inválido, pois na interpretação $d : V$ e $c : F$, temos premissas V e conclusão F. (iv) Implicação associada: $\varphi : [(p \to q) \wedge (q \to r) \wedge p] \to r$. Tabela:

p	q	r	$\overbrace{p \to q}^{\psi_1}$	$\overbrace{q \to r}^{\psi_2}$	$\psi_1 \wedge \psi_2 \wedge p$	φ
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V
V	F	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	F	V
F	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	F	V
F	F	F	V	V	F	V.

Válido, pois na última coluna da tabela só ocorre V. (v) Implicação associada: $\varphi : [(d \vee t) \wedge (d \to q) \wedge \neg t] \to q$. Tabela:

d	t	q	$\overbrace{d \vee t}^{\psi_1}$	$\overbrace{d \to q}^{\psi_2}$	$\neg t$	$\psi_1 \wedge \psi_2 \wedge \neg t$	φ
V	V	V	V	V	F	F	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	V	V	F	F	V
F	V	F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	F	V	V	F	V.

Válido, pois na última coluna da tabela só ocorre V. (vi) Implicação associada: $\varphi : \{[r \to (i \vee q)] \wedge \neg q\} \to (r \to i)$. Tabela:

r	i	q	$i \vee q$	$\overbrace{r \to (i \vee q)}^{\psi_1}$	$\neg q$	$\psi_1 \wedge \neg q$	$r \to i$	φ
V	V	V	V	V	F	F	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V	V.

Válido, pois na última coluna da tabela só ocorre V. (vii) Implicação associada: $\varphi : \{[d \to (a \leftrightarrow c)] \wedge c\} \to (d \vee a)$. Ta-

bela:

d	a	c	$a \leftrightarrow c$	$\overbrace{d \to (a \leftrightarrow c)}^{\psi_1}$	$\psi_1 \wedge c$	$d \vee a$	φ
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	F	V	V
V	F	V	F	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	F	V	V	F	F
F	F	F	V	V	F	F	V.

Inválido, pois na interpretação $d : F$, $a : F$ e $c : V$, temos premissas V e conclusão F. (viii) Implicação associada: $\varphi : [(\neg g \to \neg m) \wedge (c \vee m) \wedge \neg c] \to [m \leftrightarrow (g \wedge \neg c)]$. Tabela, onde $\psi : (\neg g \to \neg m) \wedge (c \vee m) \wedge \neg c$.

g	m	c	$\neg g$	$\neg m$	$\neg g \to \neg m$	$c \vee m$	$\neg c$	ψ	$g \wedge \neg c$	φ
V	V	V	F	F	V	V	F	F	F	V
V	V	F	F	F	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	V	V	F	V	F	V	V
F	V	V	V	F	F	V	F	F	F	V
F	V	F	V	F	F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V	F	F	F	V
F	F	F	V	V	V	F	V	F	F	V.

Válido, pois na última coluna da tabela só ocorre V. ***Resolução do Exercício 4*:** Reescrevemos os argumentos, para facilitar as simbolizações. (i) Reescrita:

Se (o porteiro está mentindo ou o segurança está mentindo), então o alarme disparou.
Se [não (o porteiro está mentindo)], então o alarme disparou.

Se [não (o segurança está mentindo)], então o alarme disparou.

.

Legenda:

p	:	o porteiro está mentindo
s	:	o segurança está mentindo
a	:	o alarme disparou.

Simbolização: $\dfrac{\begin{array}{l}(p \vee s) \to a \\ \neg p \to a\end{array}}{\neg s \to a}$. Implicação associada: $\varphi : \{[(p \vee s) \to a] \wedge (\neg p \to a)\} \to (\neg s \to a)$. Tabela:

p	s	a	$p \vee s$	$\overbrace{(p \vee s) \to a}^{\psi_1}$	$\neg p$	$\overbrace{\neg p \to a}^{\psi_2}$	$\psi_1 \wedge \psi_2$	$\neg s$	$\neg s \to a$	φ
V	V	V	V	V	F	V	V	F	V	V
V	V	F	V	F	F	V	F	F	V	V
V	F	V	V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	F	V	F	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	F	F	V	F	V.

Válido, pois na última coluna da tabela só ocorre V. (ii) Reescrita:

Não (eu gosto de quiabo e eu gosto de jiló).
Não (eu gosto de agrião).
Se eu gosto de agrião, então [não (eu gosto de jiló)].

[não (eu gosto de agrião)] e [se eu gosto de quiabo, então eu gosto de jiló].

Legenda: q : eu gosto de quiabo; j : eu gosto de jiló; a : eu gosto de agrião. Simbolização:

$$\begin{array}{l} \neg(q \wedge j) \\ \neg a \\ a \to \neg j \\ \hline \neg a \wedge (q \to j) \end{array}$$

. Implicação associada: φ : $[\neg(q \wedge j) \wedge \neg a \wedge (a \to \neg j)] \to [\neg a \wedge (q \to j)]$. Tabela:

q	j	a	$q \wedge j$	$\overbrace{\neg(q \wedge j)}^{\psi_1}$	$\neg a$	$\neg j$	$\overbrace{a \to \neg j}^{\psi_2}$	$\psi_1 \wedge \neg a \wedge \psi_2$	$q \to j$	$\neg a \wedge (q \to j)$	φ
V	V	V	V	F	F	F	F	F	V	F	V
V	V	F	V	F	V	F	V	F	V	V	V
V	F	V	F	V	F	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V	F	F	F
F	V	V	F	V	F	F	F	F	V	F	V
F	V	F	F	V	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	V	F	V	V	F	F	F	V
F	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V	V.

Inválido, pois na interpretação $q : V$, $j : F$ e $a : F$, temos premissas V e conclusão F. (iii) Reescrita:

Se eu trabalho, então (eu ganho dinheiro e eu posso me divertir).
Se não (eu trabalho), então [não (eu ganho dinheiro) e não (eu posso me divertir)].

Se eu ganho dinheiro, então eu posso me divertir.

Legenda: t : eu trabalho; d : eu ganho dinheiro; p : eu posso me divertir. Simbolização:

$$\begin{array}{l} t \to (d \wedge p) \\ \neg t \to (\neg d \wedge \neg p) \\ \hline d \to p \end{array}$$

. Implicação associada: $\varphi : \{[t \to (d \wedge p)] \wedge [\neg t \to (\neg d \wedge \neg p)] \to (d \to p)$. Tabela, onde $\theta : d \to p$:

t	d	p	$d \wedge p$	$\overbrace{t \to (d \wedge p)}^{\psi_1}$	$\neg t$	$\neg d$	$\neg p$	$\neg d \wedge \neg p$	$\overbrace{\neg t \to (\neg d \wedge \neg p)}^{\psi_2}$	$\psi_1 \wedge \psi_2$	θ	φ
V	V	V	V	V	F	F	F	F	V	V	V	V
V	V	F	F	F	F	F	V	F	V	F	F	V
V	F	V	F	F	F	V	F	F	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	V	V	V	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	F	V	V	F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	F	V	V	V	F	F	F	F	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V	V	V.

Válido, pois na última coluna da tabela só ocorre V. (iv) Reescrita:

Se [(o aluno tem tempo e não (o aluno é estudioso)], então não(o aluno é aprovado).
Se [o aluno é estudioso e não (o aluno tem tempo)], então o aluno é aprovado.

O aluno é aprovado se, e somente se, o aluno é estudioso.

Legenda: t : o aluno tem tempo; e : o aluno é estudioso; a : o aluno é aprovado. Simbolização:

$$\begin{array}{l} (t \wedge \neg e) \to \neg a \\ (e \wedge \neg t) \to a \\ \hline a \leftrightarrow e \end{array}$$

. Implicação associada: φ : $\{[(t \wedge \neg e) \to \neg a] \wedge [(e \wedge \neg t) \to a]\} \to (a \leftrightarrow e)$. Tabela:

t	e	a	$\neg e$	$\overbrace{t \wedge \neg e}^{\psi_1}$	$\neg a$	$\overbrace{\psi_1 \to \neg a}^{\theta_1}$	$\neg t$	$\overbrace{e \wedge \neg t}^{\psi_2}$	$\overbrace{(e \wedge \neg t) \to a}^{\theta_2}$	$\theta_1 \wedge \theta_2$	$a \leftrightarrow e$	φ
V	V	V	F	F	F	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	V	F	F	V	V	F	F
V	F	V	V	V	F	F	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	V	V	V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	V	V	V	F	F	F	V
F	F	V	V	F	F	V	V	F	V	V	F	F
F	F	F	V	F	V	V	V	F	V	V	V	V.

Inválido, pois na interpretação $t : V$, $e : V$ e $a : F$, temos premissas V e conclusão F. (v) Reescrita:

Se (ele é bem formado ou ele faz boa prova), então ele passa no concurso).
Ele faz boa prova e não (ele é bem formado).

Ele passa no concurso e não (ele é bem formado).

Legenda: f : ele é bem formado
p : ele faz boa prova
c : ele passa no concurso.

Simbolização: $\dfrac{\begin{array}{c}(f \vee p) \to c \\ p \wedge \neg f\end{array}}{c \wedge \neg f}$. Implicação associada: φ : $\{[(f \vee p) \to c] \wedge [p \wedge \neg f]\} \to (c \wedge \neg f)$. Tabela:

f	p	c	$f \vee p$	$\overbrace{(f \vee p) \to c}^{\psi_1}$	$\neg f$	$\overbrace{p \wedge \neg f}^{\psi_2}$	$\psi_1 \wedge \psi_2$	$c \wedge \neg f$	φ
V	V	V	V	V	F	F	F	F	V
V	V	F	V	F	F	F	F	F	V
V	F	V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	F	V	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	F	V	V	V	F	F	V.

Válido, pois na última coluna da tabela só ocorre V.
