GAN 00166 - Lógica para Ciência da Computação
Professores *Renata de Freitas* e *Petrucio Viana*

Lista 8 — Demonstrações diretas em LC

1. Para cada argumento a seguir, simbolize o argumento em LC e prove que o argumento é válido em LC, apresentando uma demonstração da conclusão a partir das premissas.

   (a) Uma condição necessária para Oscar frequentar as aulas é que Míriam e Virgínia frequentem. Uma condição suficiente para Virgínia frequentar as aulas é que Jorge frequente. Entretanto, Jorge não frequenta as aulas, a menos que Míriam frequente. E Virgínia frequenta as aulas somente se Oscar frequenta. Daí, Virgínia frequenta as aulas quando, e exatamente quando, Oscar frequenta.

   (b) Oscar e Virgínia assistem as aulas pois Jorge assiste. Virgínia assiste as aulas. Logo, Jorge assiste as aulas ou Oscar não assiste.

   (c) Uma condição necessária para que f tenha um máximo no intervalo $[a, b]$ é que f seja contínua em $[a, b]$ e definida em a. Uma condição necessária, que também é suficiente, para que f tenha um máximo em $[a, b]$ é que exista um ponto c entre a e b, tal que $f(c) \geq f(x)$, para todo $x \in [a, b]$. Existe um ponto c entre a e b, tal que $f(c) \geq f(x)$, para todo $x \in [a, b]$. Logo, f é contínua em $[a, b]$ e é definida em a.

   (d) Se $x < 0$, $f(x) = x$. Mas, como não é o caso que $x < 0$, $f(x) = 5$. Temos então que $f(x) = x$ ou 5.

   (e) Se Virgínia assiste as aulas, então Joana assiste as aulas somente se Jorge e Míriam assistem. Virgínia e Joana assitem as aulas. Daí, Jorge e Míriam também.

2. Em cada item a seguir, prove que $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n \models \varphi$, apresentando uma demonstração de φ a partir de $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$.

   (a) $p \wedge q \models p \rightarrow q$

   (b) $p \rightarrow (q \rightarrow r) \models (p \wedge q) \rightarrow r$

   (c) $p \wedge q \rightarrow (q \rightarrow r) \models (p \wedge q \rightarrow r)$

   (d) $(p \rightarrow q), (p \rightarrow r) \models p \rightarrow q \wedge r$

   (e) $p \rightarrow q, p \wedge r \models q \wedge r$

(f) $p \to r, q \to s \models p \wedge q \to r \wedge s$

(g) $p \wedge q \to r, p \models q \to r$

(h) $q \vee r \models q \vee (p \vee r)$

(i) $p \vee (q \vee r) \models (p \vee q) \vee r$

(j) $q \to r \models p \vee q \to p \vee r$

(k) $\neg p \to q \models ((\neg p \to \neg q) \to p)$

(l) $\neg(p \vee q) \models \neg p$

(m) $(p \to q) \models \neg(p \wedge \neg q)$

(n) $p \wedge q \models \neg(p \to \neg q)$

(o) $p \to q \models p \vee q \leftrightarrow p$

(p) $p \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r \models p \leftrightarrow r$

(q) $p \wedge q \models p \leftrightarrow q$

(r) $p \to q \models p \leftrightarrow p \wedge q$

(s) $p \to q, p \to r \models p \to (q \leftrightarrow r)$